

La concentration de la performance : quelques résultats empiriques

Christian Walter ¹

15 octobre 2004

Résumé

L'épaisseur des queues de distributions des rentabilités boursières est devenue un fait d'expérience omniprésent dans la finance. L'objet de cet article est d'analyser l'impact de ces queues de distribution sur la structure de la performance des portefeuilles, en examinant le portefeuille de la compagnie d'assurance SMA BTP. On observe un phénomène nouveau appelé "concentration de la performance", à la fois sur les journées de bourse et sur les titres du portefeuilles : très peu de titres (de journées) contribuent à beaucoup de performance, et beaucoup de titres (de journées) contribuent à très peu de performance. Cette concentration indique que le principe de diversification peut être partiellement invalidé.

¹Directeur de la recherche du secteur financier de PricewaterhouseCoopers, Professeur associé à l'Institut d'études politiques de Paris.

Adresse de correspondance : PricewaterhouseCoopers, 32 rue Guersant, 75017 Paris.

Adresse e-mail : christian.walter@fr.pwc.com

Le présent travail a bénéficié du soutien actif de la société mutuelle d'assurance du bâtiment et des travaux publics SMA BTP, sous l'impulsion de son directeur général adjoint, Hubert Rodarie, que je remercie tout particulièrement pour l'intérêt qu'il a montré pour cette recherche. Il a été réalisé en étroite collaboration avec les équipes de SMA Gestion que je remercie pour leur participation active et féconde à cette étude. Les données proviennent des logiciels de suivi des portefeuilles utilisés par SMA Gestion.

1 Introduction

L'importance de la mesure de performance ² pour la profession de la gestion d'actifs est bien connue, et ce depuis longtemps : outre qu'elle permet de définir les sources de valeur ajoutée de la gestion des portefeuilles, elle est aussi l'un des éléments centraux dans le débat sur la pertinence du maintien de la gestion active par rapport au développement des gestions indiciaires passives, débat qui traverse la profession des gérants depuis près de soixante-dix ans.

On s'intéresse ici à un phénomène non documenté dans la littérature existante sur les mesures de performances ³ : la concentration de la performance ⁴. Sous ce terme, on désigne la concentration de la performance des portefeuilles sur quelques journées de bourse, ou de quelques titres particuliers. Il semble que les valeurs extrêmes des variations boursières captent l'essentiel des gains ou des pertes des gestions sur longue période.

Le présent article a pour objet un examen de cette question, en analysant la structure de la performance du portefeuille actions de la compagnie d'assurances SMA BTP entre le 31/12/2001 et le 23/09/2004. Les résultats de l'analyse sont concluants et confirment à la fois la concentration temporelle de la performance et la concentration sur quelques titres :

1. La concentration de la performance du portefeuille sur quelques journées particulières fait apparaître des structures du type "loi des 70/30".
2. La concentration de la performance sur quelques titres particuliers fait apparaître une extrême contribution de très peu de titres à la performance totale : le retrait des 7 titres les plus mal choisis sur les 114 fait bondir la performance de +5%.

En conclusion, ce phénomène de concentration doit conduire à examiner avec attention le choix des titres, ceci davantage que les répartitions par classe d'actifs, et à reconsidérer la notion de diversification.

²Voir Aftalion et Poncet [2003] pour une présentation récente des méthodes de mesure de performance.

³Voir Grandin [1998] pour une revue récente en français des résultats obtenus dans la littérature de recherche sur la mesure de performance.

⁴Ce phénomène est introduit dans Walter [2002].

2 Méthode d'analyse de la concentration de la performance

2.1 La concentration de la performance sur quelques journées de bourse

2.1.1 Analyse des queues de distribution

Obtention des échantillons La valeur boursière du portefeuille actions de la compagnie d'assurance SMA BTP est notée V_t pour une date d'évaluation t . Le processus $\{V_t, t \geq 0\}$ est l'ensemble des valeurs boursières du portefeuille au fil du temps. Le taux de rentabilité de ce portefeuille entre les deux dates 0 et t est défini comme

$$R_t = \ln V_t - \ln V_0 \quad (1)$$

où le choix du logarithme permet d'effectuer des chaînages de rentabilités périodiques. Le processus $\{R_t, t \geq 0\}$ représente donc l'évolution de la rentabilité en base 100. Pour calculer une rentabilité périodique entre deux dates distinctes d'une durée τ (par exemple, $\tau =$ un jour, une semaine etc.), on introduit

$$\Delta R(t, \tau) = R_t - R_{t-\tau} \quad (2)$$

où la notation en Δ est choisie pour insister sur le caractère périodique de la rentabilité du portefeuille sur cet intervalle de durée τ .

Une fois fixée la fréquence d'observation de la valeur boursière (ou pas de temps de base), on obtient la taille N de l'échantillon servant pour l'analyse ($T = N\tau$). On examine le comportement de ce portefeuille sur une période $[0, T]$ pour $\tau = 1$ jour. Pour simplifier, on note

Notation 1 $\Delta R(t, 1) = \Delta R_k = R_k - R_{k-1}$

la rentabilité quotidienne. L'analyse du portefeuille entre les dates 0 et T conduit à l'obtention d'un échantillon $\{\Delta R_1, \dots, \Delta R_N\}$ qui sert de base pour l'étude faite dans le rapport.

Traitement des échantillons On sépare ensuite les rentabilités quotidiennes en deux séries : les rentabilités positives et les rentabilités négatives, puis on classe les échantillons par ordre décroissant. Il y a n variations positives et n' variations négatives ou nulles, avec $n + n' = N$. Dans la mesure où la même méthode est utilisée dans les deux cas, on développe seulement sa description pour les n variations positives. On note $\Delta R_{(k)}$ la k -ième plus grande hausse sur la période analysée. Avec cette notation, $\Delta R_{(1)} = \max(\Delta R_1, \dots, \Delta R_n)$, et $\Delta R_{(n)} = \min(\Delta R_1, \dots, \Delta R_n)$. L'échantillon positif classé se présente donc sous la forme

$$\Delta R_{(1)} > \Delta R_{(2)} > \Delta R_{(3)} > \dots > \Delta R_{(n)}$$

Pour examiner visuellement l'allure de la queue de distribution positive, on utilise le graphique de la fonction de répartition empirique de l'échantillon. On rappelle que la fonction de répartition empirique notée $F_n(x)$ d'une variable aléatoire X est définie par

$$F_n(x) = \text{Fr}(X \leq x) = \frac{1}{n} \text{card}\{i : 1 \leq i \leq n, X_i \leq x\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{X_i \leq x\}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

<u>valeurs de la variable</u> hausse classées par amplitude décroissante	<u>rang du classement</u> représente aussi l'effectif de l'échantillon	<u>fréquence cumulée</u> approximation de $F_{\Delta R}(\cdot)$
$\Delta R_{(1)}$	1	$1/n$
$\Delta R_{(2)}$	2	$2/n$
\vdots	\vdots	\vdots
$\Delta R_{(k)}$	k	k/n
\vdots	\vdots	\vdots
$\Delta R_{(n)}$	n	1

TAB. 1 – Construction de la courbe de la fonction de répartition empirique

où $\mathbf{1}_A$ désigne la fonction indicatrice de l'événement A . Lorsqu'on applique cette formule aux rentabilités quotidiennes positives, cela donne

$$F_n(\Delta R_{(k)}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{\Delta R_i \leq \Delta R_{(k)}\}} = \frac{n-k}{n}$$

c'est-à-dire que

$$\text{Fr}(\Delta R_i \geq \Delta R_{(k)}) = 1 - F_n(\Delta R_{(k)}) = 1 - \frac{n-k}{n} = \frac{k}{n} \quad (3)$$

où Fr est la fréquence empirique cumulée des variations positives ΔR_k .

On représente alors dans un graphique de type “rang/amplitude” les données correspondantes, en coordonnées bilogarithmiques. Un tel graphique, où l'amplitude $\Delta R_{(k)}$ est figurée en abscisse, de la plus faible à la plus forte, et le rang k en ordonnée, de $k=1$ (hausse la plus élevée, ou première plus grande variation) à $k=n$ (hausse la plus faible, ou dernière [n-ième] plus grande variation), permet d'obtenir l'histogramme cumulé de la loi de ΔR , ou “fréquence cumulée” $\text{Fr}(\Delta R_{(k)})$.

Le rapport entre le rang k et la fonction de répartition empirique est donné par la formule (3). En effet, le rang k représente aussi le nombre de variations supérieures ou égales à la valeur la plus forte : $k = \text{Nb}(\Delta R_i > \Delta R_{(k)})$. Donc, en divisant, sur l'axe des ordonnées, k par n , on obtient les valeurs $k/n = \text{Fr}(\Delta R_i \geq \Delta R_{(k)})$ de la fonction de répartition empirique, et la courbe représente donc la courbe de la fonction de répartition empirique des variations positives. Une telle représentation bilogarithmique permettra d'insister sur l'importance des queues de distribution, en isolant visuellement les quelques grandes valeurs qui produisent la concentration de la performance. Le tableau 1 détaille la construction de la courbe.

$\Delta R_{(k)}$	$k = \text{Nb}(\Delta R_i > \Delta R_{(k)})$	$k/n = \text{Fr}(\Delta R_i > \Delta R_{(k)})$
------------------	--	--

Mais cette représentation sera également utile pour apprécier la forme de la queue de distribution, dans la perspective d'un ajustement paramétrique à des fins de calcul de budget de risque. Par exemple, si le graphique en coordonnées bilogarithmiques fait apparaître une queue de distribution rectiligne de pente $(-\alpha)$, la mise en évidence d'un tel alignement pourra être interprété comme un signe de la présence d'une loi de puissance sur la queue de distribution.

En effet, si une relation linéaire empirique est du type

$$\ln k/n \simeq -\alpha \ln \Delta R_{(k)} + b$$

cela signifie que

$$\ln \left(\text{Fr}(\Delta R_i \geq \Delta R_{(k)}) \right) \simeq -\alpha \ln \Delta R_{(k)} + b$$

soit

$$\text{Fr}(\Delta R_i \geq x) \simeq \left(\frac{a}{x} \right)^\alpha$$

La présence d'une telle loi peut modifier le calcul des VaR selon la valeur de l'exposant α . Cet examen est laissé pour un travail ultérieur.

2.1.2 Analyse de la concentration temporelle

Analyse de la concentration temporelle positive L'on veut calculer la performance positive cumulée des k plus fortes variations positives, que l'on note $R_{(k)}$ par analogie avec la définition (1). Il vient simplement

$$R_{(k)} = \Delta R_{(1)} + \Delta R_{(2)} + \cdots + \Delta R_{(k)} = \sum_{i=1}^k \Delta R_{(i)}$$

et de même la performance positive totale du portefeuille sur la période $[0, T]$ est donc

$$R_{(n)} = \Delta R_{(1)} + \Delta R_{(2)} + \cdots + \Delta R_{(n)} = \sum_{i=1}^n \Delta R_{(i)}$$

On peut à présent examiner la manière dont la performance se concentre sur les plus fortes variations.

Pour faire apparaître la concentration de la performance positive, on considère la contribution des 100 $p\%$ plus grandes variations positives, et on la rapporte aux 100% de la performance positive totale. On introduit⁵ le concept suivant :

Définition 1 (Contribution des hausses à la performance positive)

On appelle contribution des 100 $p\%$ plus grandes variations journalières positives à la performance totale, le rapport

$$J_+(p) = \frac{\Delta R_{(1)} + \cdots + \Delta R_{([np])}}{R_{(n)}} \quad \frac{1}{n} < p < 1 \quad (4)$$

où $[np]$ est la partie entière de np .

La quantité $J_+(p)$ est la contribution des $[np]$ plus grandes variations journalières positives de la période. C'est une mesure de concentration, dans le sens où la valeur de $J_+(p)$ quantifie la façon dont les 100 $p\%$ plus grandes variations positives contribuent aux 100% de la performance positive totale. Par exemple, si $p = 0,2$, et si $J_+(0,2) = 0,8$, cela veut dire que 20% des variations

⁵Voir Walter [2002] pour une présentation probabiliste de l'indice de concentration de la performance.

EFFECTIF <u>fréquence cumulée</u> (abscisse)	MASSE DE PERFORMANCE POSITIVE cumul des contributions positives classées	MASSE RELATIVE <u>fréquence cumulée</u> (ordonnée)
1/n	$R_{(1)} = \Delta R_{(1)}$	$R_{(1)}/R_{(n)}$
2/n	$R_{(2)} = \Delta R_{(1)} + \Delta R_{(2)}$	$R_{(2)}/R_{(n)}$
⋮		⋮
k/n	$R_{(k)} = \Delta R_{(1)} + \dots + \Delta R_{(k)}$	$R_{(k)}/R_{(n)}$
⋮		⋮
1	$R_{(n)} = \Delta R_{(1)} + \dots + \Delta R_{(n)}$	1

TAB. 2 – Construction de la courbe de concentration de la performance journalière positive

positives contribuent pour 80% de la performance positive totale du marché. C’est la célèbre “loi des 80/20”.

On construit alors une courbe de Gini-Lorenz de concentration de la performance au moyen de la contribution empirique des k plus grandes variations positives à la performance totale, donnée par le rapport

$$J_n(k) = \frac{\Delta R_{(1)} + \dots + \Delta R_{(k)}}{R_{(n)}} = \frac{R_{(k)}}{R_{(n)}}$$

Le tableau 2 détaille la construction de la courbe.

Analyse de la concentration temporelle totale On évalue à présent l’impact du retrait des k plus fortes variations positives sur la performance totale. Le principe est de recalculer la performance totale si l’on parvient à éviter la pire journée, puis les deux plus mauvaises etc., et réciproquement dans le cas du retrait des meilleures journées. Ce calcul permet d’évaluer l’impact de ces journées sur la performance totale. Dans la pratique, la gestion ne peut être totalement désinvestie du marché dans ces journées (ce qui équivaldrait à des allocations tactiques passant de 100/0 à 0/100 entre les classes actions et marché monétaire), mais il est possible de limiter l’impact de ces journées en ne subissant la baisse qu’à proportion limitée, au moyen d’une stratégie optionnelle. L’écart obtenu est si important que, même en limitant les pertes de ces journées à 20% de leur niveau, on parvient à doper significativement la performance finale, sous réserve du coût de la protection optionnelle. Ce calcul reste à faire et est laissé pour un travail ultérieur.

La concentration de la performance totale se mesure par retrait progressif des meilleures (ou des pires) journées, de la manière suivante. On part de la performance totale

$$R_N = \underbrace{\Delta R_{(1)} + \Delta R_{(2)} + \dots + \Delta R_{(n)}}_{\text{variations positives classées}} + \underbrace{\Delta R_{(n+1)} + \Delta R_{(n+2)} + \dots + \Delta R_{(N)}}_{\text{variations négatives classées}}$$

puis on retire la plus forte hausse, pour obtenir la nouvelle performance totale diminuée de cette plus forte hausse comme

$$R_N^{(1)} = R_N - \Delta R_{(1)} = \Delta R_{(2)} + \Delta R_{(3)} + \dots + \Delta R_{(N)} = R_N - R_{(1)}$$

et pour les deux plus fortes

$$R_N^{(2)} = R_N - (\Delta R_{(1)} + \Delta R_{(2)}) = \Delta R_{(3)} + \dots + \Delta R_{(N)} = R_N - R_{(2)}$$

et ainsi de suite. On obtient une suite de nouvelles performances corrigées, en posant $R_N^{(0)} = R_N$, qui décroît selon le nombre de journées de hausse retirées :

$$R_N^{(0)} > R_N^{(1)} > R_N^{(2)} > \dots > R_N^{(n)}$$

Pour le retrait des journées de baisse, on procède de la même manière.

2.2 La concentration de la performance sur quelques titres bien choisis

Analyse de la concentration des contributions positives L'analyse de la concentration de la performance sur quelques titres utilise la même méthode que celle décrite dans la partie précédente. Sur une période donnée d'analyse $[0, t_1]$, on décompose la performance du portefeuille en contributions de chaque ligne j . Du point de vue des notations, on opère cette analyse sur une seule période, ce qui supprime l'indiciage par le temps, mais on doit ajouter un indiciage pour les titres.

En notant R_P la performance totale du portefeuille sur la période (un jour, un an), et C_j la contribution à la performance R_P de chaque ligne j , on a

$$R_P = \sum_{j=1}^N C_j$$

Puis, comme précédemment, on sépare les contributions en deux séries : les contributions positives et les contributions négatives, que l'on classe par ordre décroissant. Il y a n contributions positives et n' contributions négatives ou nulles, avec $n + n' = N$. On note $C_{(k)}$ la k -ième plus grande contribution sur la période analysée. L'échantillon positif classé se présente donc sous la forme

$$C_{(1)} > C_{(2)} > C_{(3)} > \dots > C_{(n)}$$

où, à la différence de l'analyse temporelle, la variable est ici la contribution d'un titre.

Pour faire apparaître la concentration de la performance positive sur quelques titres, on considère la contribution des $100p\%$ plus grandes contributions positives, et on la rapporte aux 100% de la performance positive totale.

Définition 2 (Contribution des titres à la performance positive)

On appelle contribution des $100p\%$ plus grandes hausses de titres à la performance positive totale du portefeuille, le rapport

$$T_+(p) = \frac{C_{(1)} + \dots + C_{([np])}}{C_{(1)} + \dots + C_{(n)}} \quad \frac{1}{n} < p < 1 \quad (5)$$

où $[np]$ est la partie entière de np .

La quantité $T_+(p)$ est la contribution des $[np]$ plus grandes contributions positives des titres sur la période. C'est une mesure de concentration dans le sens où la valeur de $T_+(p)$ quantifie la façon dont les $100p\%$ plus grandes contributions positives contribuent à la performance totale

EFFECTIF <u>fréquence cumulée</u> (abscisse)	MASSE DE PERFORMANCE POSITIVE cumul des contributions positives classées	MASSE RELATIVE <u>fréquence cumulée</u> (ordonnée)
1/n	$C_{(1)}$	$T_n(1)$
2/n	$C_{(1)} + C_{(2)}$	$T_n(2)$
⋮		⋮
k/n	$C_{(1)} + C_{(2)} + \dots + C_{(k)}$	$T_n(k)$
⋮		⋮
1	$C_{(1)} + C_{(2)} + \dots + C_{(k)} + \dots + C_{(n)}$	1

TAB. 3 – Construction de la courbe de concentration des contributions positives

positive. Par exemple, si $p = 0,2$, et si $T_+(0,2) = 0,8$, cela veut dire que 20% des contributions positives des titres contribuent pour 80% à la performance positive totale du portefeuille.

Comme pour la concentration temporelle, on construit une courbe de Gini-Lorenz de concentration des contributions positives des choix de titres au moyen du calcul empirique des k plus grandes contributions positives à la performance totale

$$T_n(k) = \frac{C_{(1)} + \dots + C_{(k)}}{C_{(1)} + \dots + C_{(n)}}$$

et de même pour les contributions négatives.

Analyse de la concentration totale des contributions Puis on évalue l'impact du retrait des p plus fortes contributions positives sur la performance totale. La performance totale est

$$R_P = \underbrace{C_{(1)} + C_{(2)} + \dots + C_{(n)}}_{\text{contributions positives classées}} + \underbrace{C_{(n+1)} + C_{(n+2)} + \dots + C_{(N)}}_{\text{contributions négatives classées}}$$

La performance totale diminuée de la plus forte variation est simplement

$$R_P - C_{(1)} = C_{(2)} + C_{(3)} + \dots + C_{(N)}$$

et pour les deux plus fortes

$$R_P - (C_{(1)} + C_{(2)}) = C_{(3)} + \dots + C_{(N)}$$

et ainsi de suite. Et de même pour les contributions négatives.

3 Résultats obtenus pour le portefeuille SMA BTP

3.1 Concentration de la performance sur les journées de bourse

La période d'analyse du portefeuille SMA BTP est : 31/12/2001 – 23/09/2004, soit 719 jours ouvrés. Les sous-périodes examinées sont respectivement 31/12/2001 – 31/12/2002, soit 266 observations ; 31/12/2002 – 31/12/2003, soit 262 observations ; 31/12/2003 – 23/09/2004, soit 191 observations.

Période totale Il y a 386 variations positives et 333 variations négatives. La performance cumulée est $R_{719} = 1,99\%$, décomposée en 325,20% de performance positive cumulée, et 323,21% de performance négative cumulée. La volatilité quotidienne est $\sigma_1 = 1,28\%$, soit 24,39% annualisée en base 365 jours.

1. La concentration temporelle positive notée $J_+(\cdot)$ est caractérisée par les résultats suivants :
 - $J_+(0, 10) \simeq 0,35$: 10% des variations positives représentent plus du tiers de la performance positive totale.
 - $J_+(0, 30) \simeq 0,68$: 30% des variations positives représentent près de 70% de la performance positive totale.
 - $J_+(0, 50) \simeq 0,85$: la moitié des variations positives représentent près de 85% de la performance positive totale.
2. La concentration temporelle négative notée $J_-(\cdot)$ est caractérisée par les résultats suivants :
 - $J_-(0, 10) \simeq 0,30$: 10% des variations positives représentent environ le tiers de la performance positive totale.
 - $J_-(0, 30) \simeq 0,65$: 30% des variations positives représentent près de 65% de la performance positive totale.
 - $J_-(0, 50) \simeq 0,85$: la moitié des variations positives représentent près de 85% de la performance positive totale.
3. La concentration temporelle totale notée $R_N^{(k\pm)}$ est caractérisée par les résultats suivants :
 - $R_{719}^{(5+)} = -8,16\%$: sans les 5 plus fortes hausses, soit $5/719 = 0,70\%$ des variations, la performance totale annualisée devient $-8,16\%$.
 - $R_{719}^{(10+)} = -14,24\%$: sans les 10 plus fortes hausses, soit $10/719 = 1,39\%$ des variations, la performance totale annualisée devient $-14,24\%$.
 - $R_{719}^{(15+)} = -19,88\%$: sans les 15 plus fortes hausses, soit $15/719 = 2,09\%$ des variations, la performance totale annualisée devient $-19,88\%$.
 - $R_{719}^{(5-)} = +8,27\%$: sans les 5 plus fortes baisses, soit $5/719 = 0,70\%$ des variations, la performance totale annualisée devient $+8,27\%$.
 - $R_{719}^{(10-)} = +14,64\%$: sans les 10 plus fortes baisses, soit $10/719 = 1,39\%$ des variations, la performance totale annualisée devient $+14,64\%$.
 - $R_{719}^{(15-)} = +20,40\%$: sans les 15 plus fortes baisses, soit $15/719 = 2,09\%$ des variations, la performance totale annualisée devient $+20,40\%$.

On fait de même pour les trois sous-périodes. Les résultats sont résumés dans le tableau 4.

	période totale		période 1		période 2		période 3	
	-	+	-	+	-	+	-	+
$J(0, 10)$	0,30	0,35	0,30	0,35	0,30	0,30	0,30	0,25
$J(0, 30)$	0,65	0,68	0,63	0,70	0,62	0,65	0,60	0,58
$J(0, 50)$	0,85	0,85	0,83	0,87	0,82	0,85	0,80	0,80
$R(5)$	+8%	-8%						
$R(10)$	+15%	-14%						
$R(15)$	+20%	-20%						

TAB. 4 – Résultats de la concentration de la performance sur les jours de bourse

Ce tableau présente les résultats de la concentration temporelle de la performance selon les périodes analysées. Les colonnes représentent les quatre périodes : totale (31/12/2001 – 23/09/2004), puis sous-période 1 (année 2002), sous-période 2 (année 2003), et sous-période 3 (31/12/2003 – 23/09/2004). Pour chaque période, on donne les résultats des quantités $J(p)$, pour la concentration négative $J_-(p)$ et la concentration positive $J_+(p)$ pour trois valeurs de p : 10%, 30%, et 50%. On observe une relative stabilité des résultats pour la période totale et les sous-périodes 1 et 2. La sous-période 3 est un peu différente, différence peut-être due à une durée plus courte de l'observation. Globalement, il apparaît que 10% des variations positives (resp. négatives) contribuent environ à 30% de la performance positive (resp. négative), que 30% des variations positives (resp. négatives) contribuent environ à 65% de la performance positive (resp. négative), et que 50% des variations positives (resp. négatives) contribuent environ à 85% de la performance positive (resp. négative). Les trois lignes $R(\cdot)$ indiquent la valeur de la performance annualisée recalculée après le retrait des 5, 10, et 15 plus fortes baisses (resp. hausses) de la période totale d'analyse.

	-	+
$T(0, 10)$	0,40	0,45
$T(0, 30)$	0,75	0,75
$T(0, 50)$	0,88	0,90
$R(5)$	+3%	-9%
$R(10)$	+7%	-11%
$R(15)$	+9%	-13%

TAB. 5 – Résultats de la concentration de la performance sur les titres

Ce tableau présente les résultats de la concentration de la performance sur les titres sur la période totale (31/12/2001 – 23/09/2004). On donne les résultats des quantités $T(p)$, pour la concentration négative $T_-(p)$ et la concentration positive $T_+(p)$ pour trois valeurs de p : 10%, 30%, et 50%. Il apparaît que 10% des contributions positives (resp. négatives) représentent environ 40% à 45% de la performance totale positive (resp. négative), que 30% des contributions positives (resp. négatives) représentent environ 75% de la performance totale positive (resp. négative), et que 50% des contributions positives (resp. négatives) représentent environ à 90% de la performance totale positive (resp. négative). Les trois lignes $R(\cdot)$ indiquent la valeur de la performance totale annualisée recalculée après le retrait des 5, 10, et 15 meilleurs (resp. pires) titres de la période totale d'analyse.

3.2 Concentration de la performance sur les titres

Pour l'analyse de la concentration de la performance due aux choix des titres, on examine la période totale 31/12/2001 – 23/09/2004 de la gestion. Sur cette période, la performance totale sans le réinvestissement du dividende est -3,76%, qui se répartit sur 114 lignes :

$$R_P = \sum_{j=1}^{114} C_j = -3,76\%$$

Puis on classe les contributions par ordre décroissant :

$$C_{(1)} > C_{(2)} > C_{(3)} > \dots > C_{(n)}$$

qui sont ici

$$C_{\text{Areva}} > C_{\text{PernodRicard}} > C_{\text{Essilor}} > C_{\text{CréditLyonnais}} > \dots > C_{\text{Sanofi}}$$

et on calcule comme précédemment les concentrations des contributions positive, négative, et totale. Les résultats sont donnés dans le tableau 5. Le tableau 6 donne le détail des plus fortes contributions positives et négatives de chaque titre.

4 Conclusion

Les résultats obtenus confirment un phénomène de forte concentration de la performance sur quelques journées de bourse ou quelques titres particuliers. Walter [2002] avait testé l'indice CAC 40 pour faire apparaître la concentration de la performance de l'indice, et indiquait “[laisser] pour un travail ultérieur l'application de cette fonction [de concentration de performance] sur des portefeuilles réels gérés”. Le présent travail vérifie que, sur le portefeuille de la compagnie d'assurance SMA BTP, le même phénomène se retrouve, en étendant les conclusions précédentes au choix des titres.

En conclusion, des développements futurs pourront :

1. Étendre les tests à d'autres portefeuilles réels et comparer les indices de concentration des portefeuilles entre eux, et entre les portefeuilles et les indices de marché.
2. Examiner la stabilité de la concentration sur des sous-périodes particulières des gestions.
3. Estimer les paramètres caractéristiques des queues de distribution à l'origine de ce phénomène, en utilisant par exemple la théorie des valeurs extrêmes.
4. Étudier les effets de macro-couvertures optionnelles sur l'impact de la concentration temporelle, pour examiner la possibilité de doper la performance au moyen de stratégies optionnelles.
5. Analyser dans les formes des processus d'investissement les poids respectifs des allocations stratégiques et des choix de titres, afin de tester la pertinence de la structure dite “top down” des processus par rapport aux formes dites “bottom up”.

rang	TITRE	contribution classée	IMPACT : nouvelle performance totale après retrait des contributions
1	Areva	+1,94%	-5,70%
2	Pernod Ricard	+1,08%	-6,78%
3	Essilor	+0,92%	-7,70%
4	Crédit Lyonnais	+0,70%	-8,40%
5	Technip	+0,68%	-9,08%
6	Spir comm.	+0,59%	-9,67%
7	Vinci	+0,57%	-10,24%
⋮	⋮	⋮	
108	Lafarge	-0,79%	+5,13%
109	France Telecom	-0,92%	+4,34%
110	Suez	-1,11%	+3,42%
111	Aventis	-1,32%	+2,31%
112	Scor	-1,37%	+0,99%
113	Vivendi	-1,48%	-0,38%
114	Sanofi	-1,90%	-1,86%
	TOTAL	-3,76%	

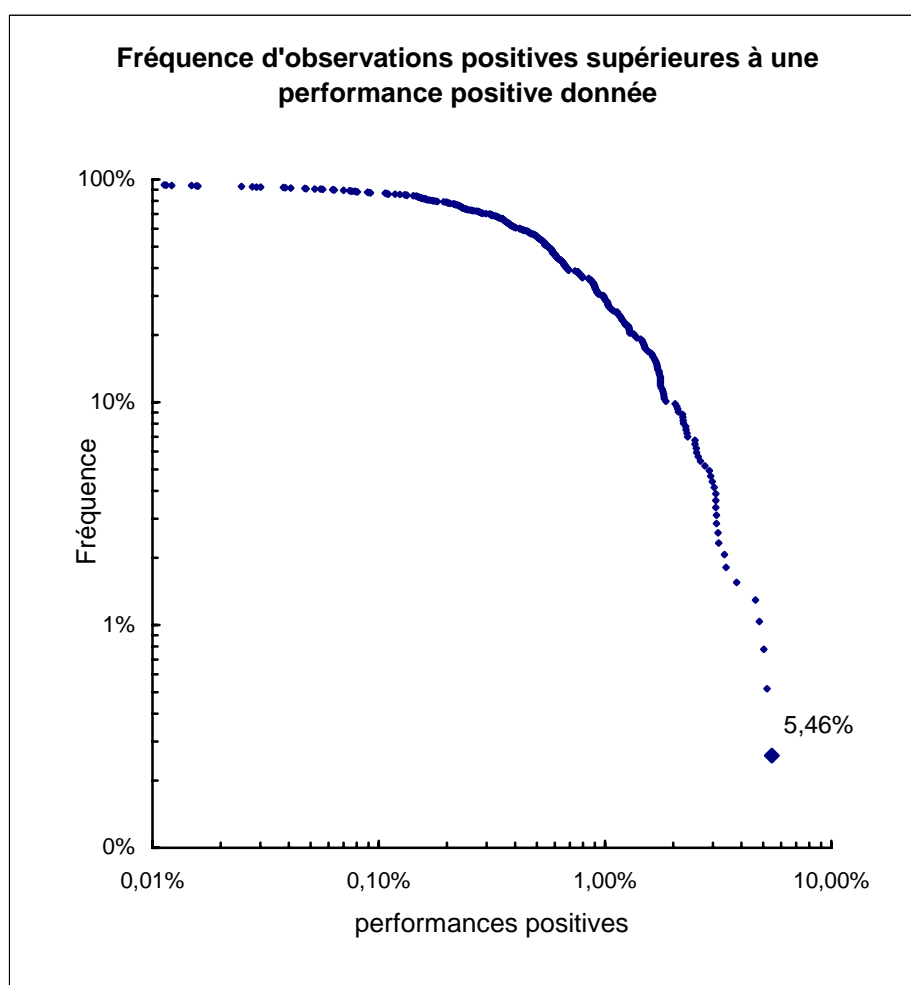
TAB. 6 – Détail des contributions les plus importantes des titres

Ce tableau présente les sept contributions positives et négatives les plus fortes des titres du portefeuille de SMA BTP sur la période 31/12/2001 – 23/09/2004, et leur impact sur le résultat final de la gestion. Sur cette période, la performance totale du portefeuille, dividende non réinvesti, est de $-3,76\%$. Les 114 contributions sont additives, et leur somme représente exactement $-3,76\%$. On voit que le total des sept contributions positives les plus fortes représente $6,48\%$, et que son équivalent pour les sept contributions négatives les plus fortes est $-8,89\%$. Les résultats illustrent la concentration de la performance sur quelques titres qui captent l'essentiel du comportement du portefeuille, et fait apparaître l'importance des erreurs de choix de titres : si l'on parvient à éviter l'achat des sept titres les plus négatifs, la performance totale augmente de $-3,76\%$ à $+5,13\%$ hors dividende. Si l'on manque l'investissement sur les sept titres les meilleurs, la performance totale chute de $-3,76\%$ à $-10,24\%$. Or 7 titres sur 114 représentent 6% des lignes du portefeuille : ce qui revient à dire que 6% du portefeuille font gagner ou perdre plus du double (en module) du résultat de performance obtenu sur deux ans et demi. Cette concentration affaiblit l'importance de l'allocation stratégique par rapport aux choix de titres.

Références

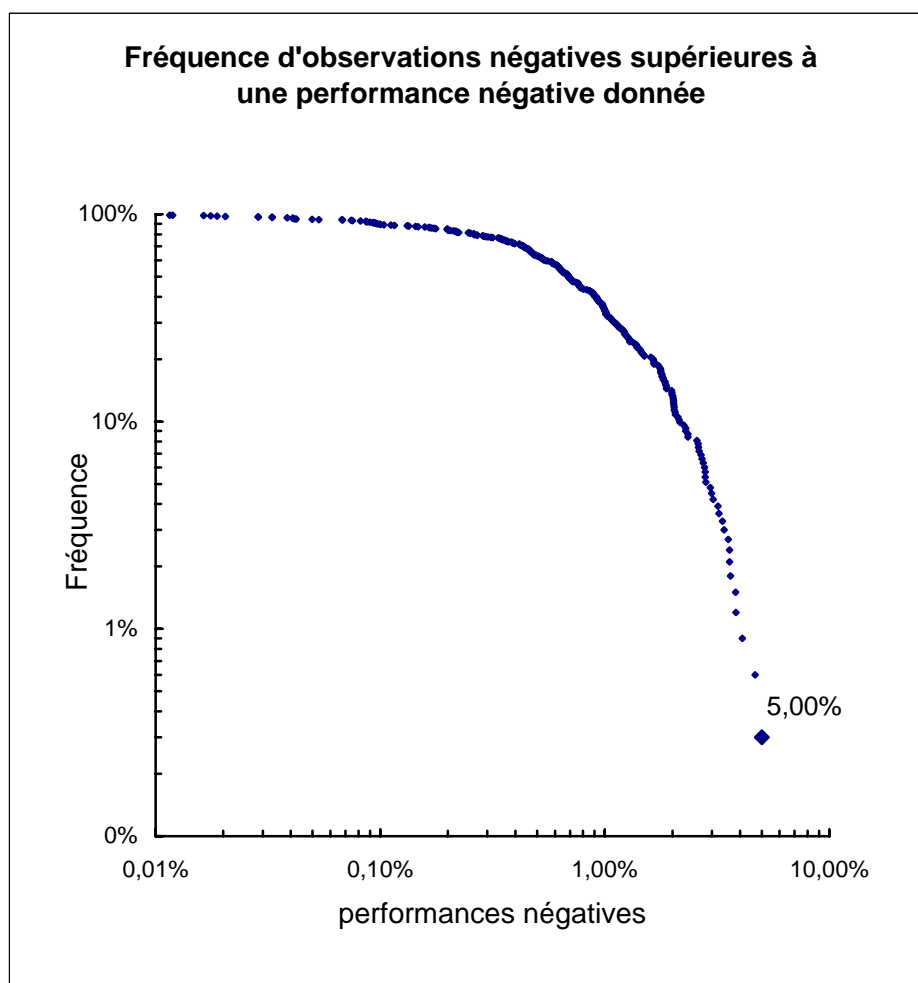
- [1] AFTALION F., PONCET P. [2003], *Les techniques de mesure de performance*, Economica.
- [2] GRANDIN P. [1998], *Mesure de performance des fonds d'investissement*, Economica.
- [3] WALTER C. [2002], "Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers", *Finance*, vol. 23, n°2, pp 15-68.

Analyse de la queue de distribution des variations positives du portefeuille actions de SMA BTP



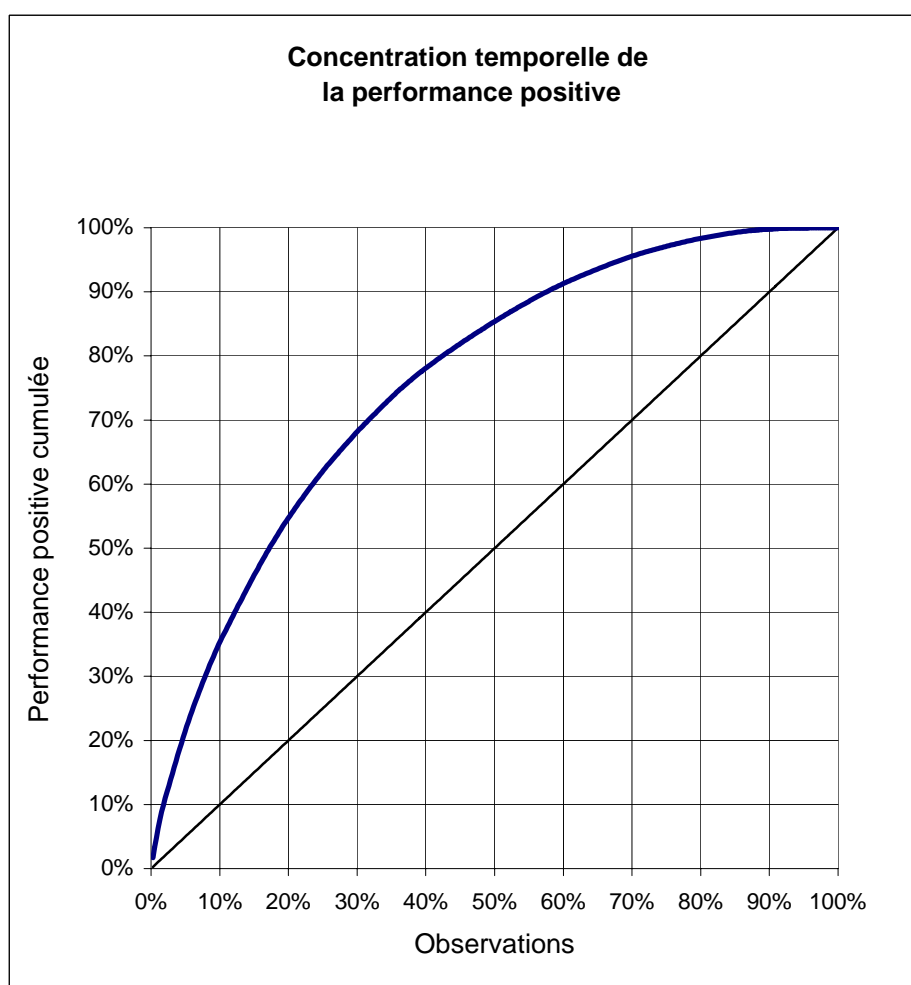
Le graphique ci-dessus représente la fonction de répartition des variations quotidiennes positives du portefeuille actions de SMA BTP sur la période 31/12/2002 – 29/08/2004, soit 719 jours ouvrés. Sur cette période, on observe 386 journées de hausse et 333 journées de baisse. L'ordonnée du graphique représente (en %) les 386 journées de hausse classées par rang, du rang 1 (origine de l'axe) au rang 386 (extrémité de l'axe). Le rang est aussi l'effectif de la population : le rang 386 représente 386 journées de hausse, ou 100% des journées. L'axe des ordonnées est donc aussi l'axe des fréquences empiriques des jours de hausse. L'axe des abscisses représente l'amplitude des hausses, classées par amplitude décroissante, de la plus forte d'amplitude +5,46% (extrémité de l'axe) à la plus faible d'amplitude voisine de 0% (origine de l'axe). La courbe représente le nombre d'observations (de hausses) supérieures ou égales à une amplitude donnée. Par exemple, la quatrième plus forte hausse quotidienne est d'amplitude +4,80%. Le nombre de hausses d'amplitude égale ou supérieure à +4,80% est exactement égal à 4. Et ainsi de suite. Ce graphique rang—amplitude est donc la courbe de la fonction de répartition empirique des variations quotidiennes positives du portefeuille actions de SMA BTP. Le choix d'une graduation bilogarithmique permet de visualiser l'allure de la queue de distribution en isolant les quelques grandes variations qui ont un impact important sur le résultat final.

Analyse de la queue de distribution des variations négatives du portefeuille actions de SMA BTP



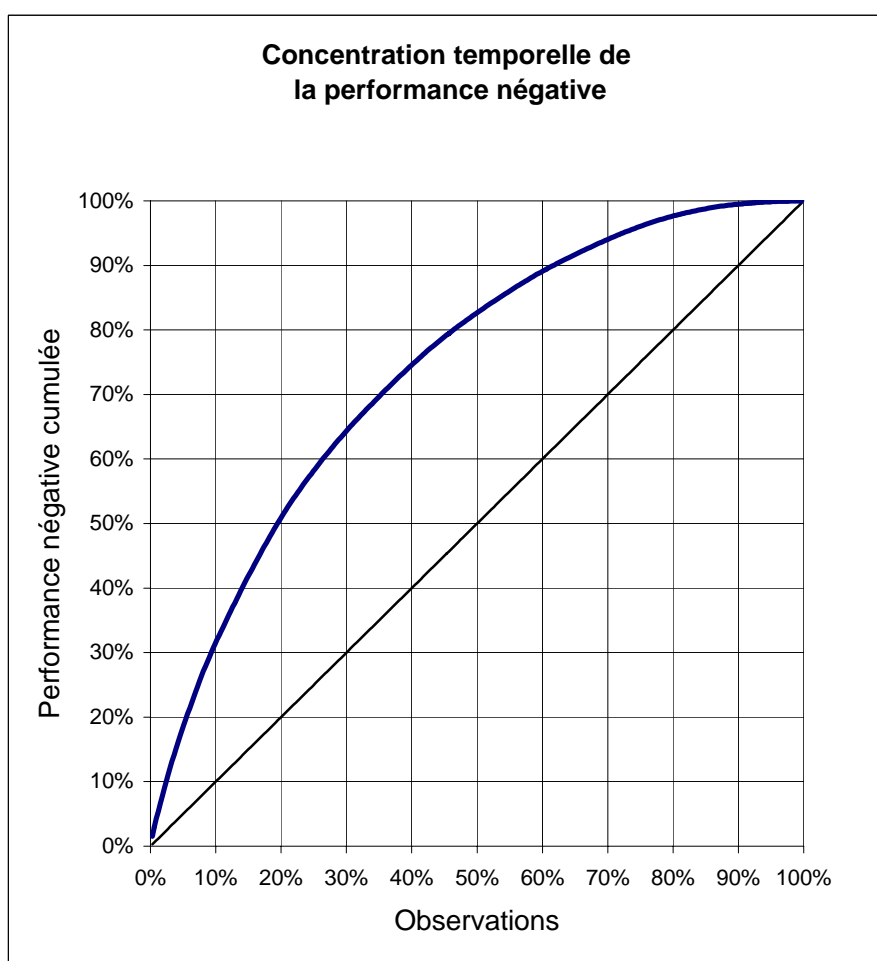
Le graphique ci-dessus représente la fonction de répartition des variations quotidiennes négatives du portefeuille actions de SMA BTP sur la période 31/12/2002 – 29/08/2004, soit 719 jours ouvrés. Sur cette période, on observe 386 journées de hausse et 333 journées de baisse. L'ordonnée du graphique représente (en %) les 333 journées de baisse classées par rang, du rang 1 (origine de l'axe) au rang 333 (extrémité de l'axe). Le rang est aussi l'effectif de la population : le rang 333 représente 333 journées de baisse, ou 100% des journées. L'axe des ordonnées est donc aussi l'axe des fréquences empiriques des jours de baisse. L'axe des abscisses représente l'amplitude des baisses, classées par amplitude décroissante, de la plus forte d'amplitude -5% (extrémité de l'axe) à la plus faible d'amplitude voisine de 0% (origine de l'axe). La courbe représente le nombre d'observations (de hausses) supérieures ou égales à une amplitude donnée. Par exemple, la quatrième plus forte hausse quotidienne est d'amplitude -3,84%. Le nombre de baisses d'amplitude égale ou supérieure (en module) à -3,84% est exactement égal à 4. Et ainsi de suite. Ce graphique rang—amplitude est donc la courbe de la fonction de répartition empirique des variations quotidiennes négatives du portefeuille actions de SMA BTP. Le choix d'une graduation bilogarithmique permet de visualiser l'allure de la queue de distribution en isolant les quelques grandes variations qui ont un impact important sur le résultat final.

Courbe de concentration temporelle de la performance positive du portefeuille actions de SMA BTP



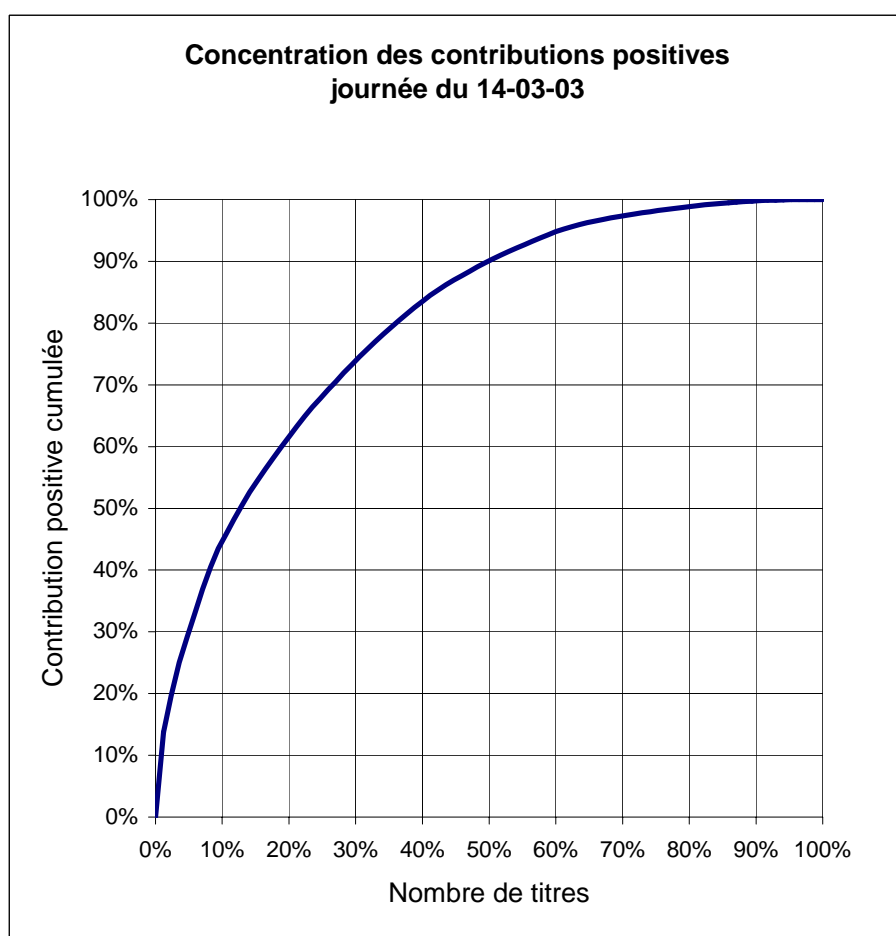
La courbe ci-dessus représente la concentration temporelle de la performance positive du portefeuille actions de SMA BTP sur la période 31/12/2001—23/09/2004, soit 719 jours ouvrés. L'abscisse représente le nombre de journées de hausse du portefeuille (en % du total) classées par ordre d'amplitude décroissante, de la plus forte hausse (à gauche) à la plus faible (à droite). Sur 719 jours ouvrés, il y en a 386 (100%) qui sont des hausses, classés de 1 à 386 selon l'amplitude de la hausse : le premier est à gauche de l'axe, le dernier (386^{ème}) à droite. L'ordonnée représente la fraction de la performance positive cumulée (ou masse de performance positive) obtenue (en % du total). La courbe représente la répartition des contributions cumulées positives des jours de hausses en fonction de la proportion de ces jours dans la période totale. Si chaque jour contribuait autant à la masse de performance positive, alors 50% des jours de hausse représenteraient 50% de la masse de hausse totale du portefeuille. Ici, on observe que 50% des jours contribuent à 85% de la masse de hausse : $J_+(0,50) = 0,85$. Réciproquement, la moitié des jours de bourse n'apporte quasiment rien au résultat final. Si l'on affine la lecture de la courbe, on voit aussi que 10% des journées contribuent à (environ) 35% de la hausse totale : $J_+(0,10) = 0,35$. De même, 30% des journées contribuent à (environ) 68% de la masse de hausse : $J_+(0,30) = 0,68$. La répartition des gains est donc fortement inégalitaire : très peu de jours de hausse représentent l'essentiel de la masse de performance positive.

Courbe de concentration temporelle de la performance négative du portefeuille actions de SMA BTP



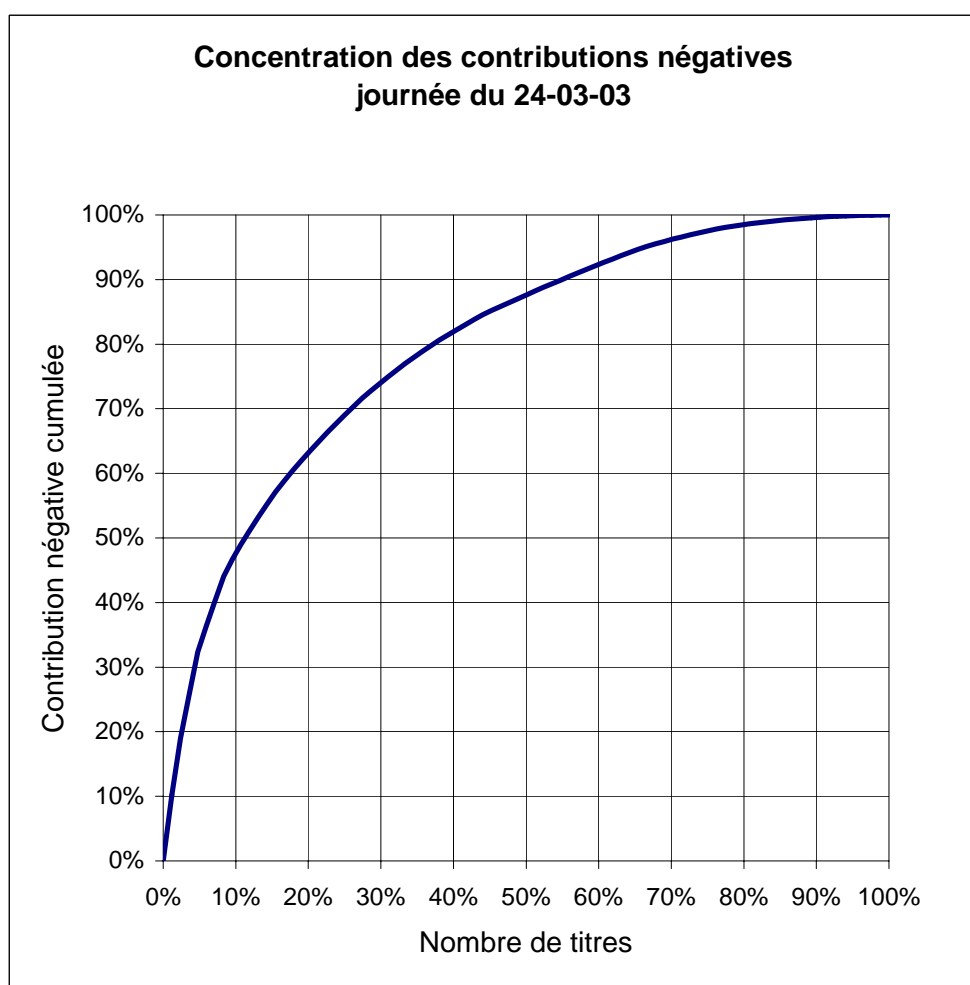
La courbe ci-dessus représente la concentration temporelle de la performance négative du portefeuille actions de SMA BTP sur la période 31/12/2001—23/09/2004, soit 719 jours ouvrés. L'abscisse représente le nombre de journées de baisse du portefeuille (en % du total) classées par ordre d'amplitude décroissante, de la plus forte baisse (à gauche) à la plus faible (à droite). Sur 719 jours ouvrés, il y en a 333 (100%) qui sont des baisses, classés de 1 à 333 selon l'amplitude de la hausse : le premier est à gauche de l'axe, le dernier (333^{ème}) à droite. L'ordonnée représente la fraction de la performance négative cumulée (ou masse de perte) obtenue (en % du total). La courbe représente la répartition des contributions cumulées négatives des jours de baisses en fonction de la proportion de ces jours dans la période totale. Si chaque jour contribuait autant à la masse de perte, alors 50% des jours de baisse représenteraient 50% de la masse de perte totale du portefeuille. Ici, on observe que 50% des jours contribuent à 85% de la masse de perte : $J.(0,50) = 0,85$. Si l'on affine la lecture de la courbe, on voit aussi que 10% des journées contribuent à (environ) 30% de la perte totale : $J.(0,10) = 0,30$. De même, 30% des journées contribuent à (environ) 65% de la masse de perte : $J.(0,30) = 0,65$. La répartition des pertes est donc fortement inégalitaire : très peu de jours de baisse représentent l'essentiel de la masse de perte. Ce phénomène illustre l'importance d'une gestion des baisses qui limiteraient ne serait-ce que faiblement l'impact de ces pertes sur la performance totale du portefeuille.

Courbe de concentration des contributions des titres à la performance du portefeuille actions de SMA BTP



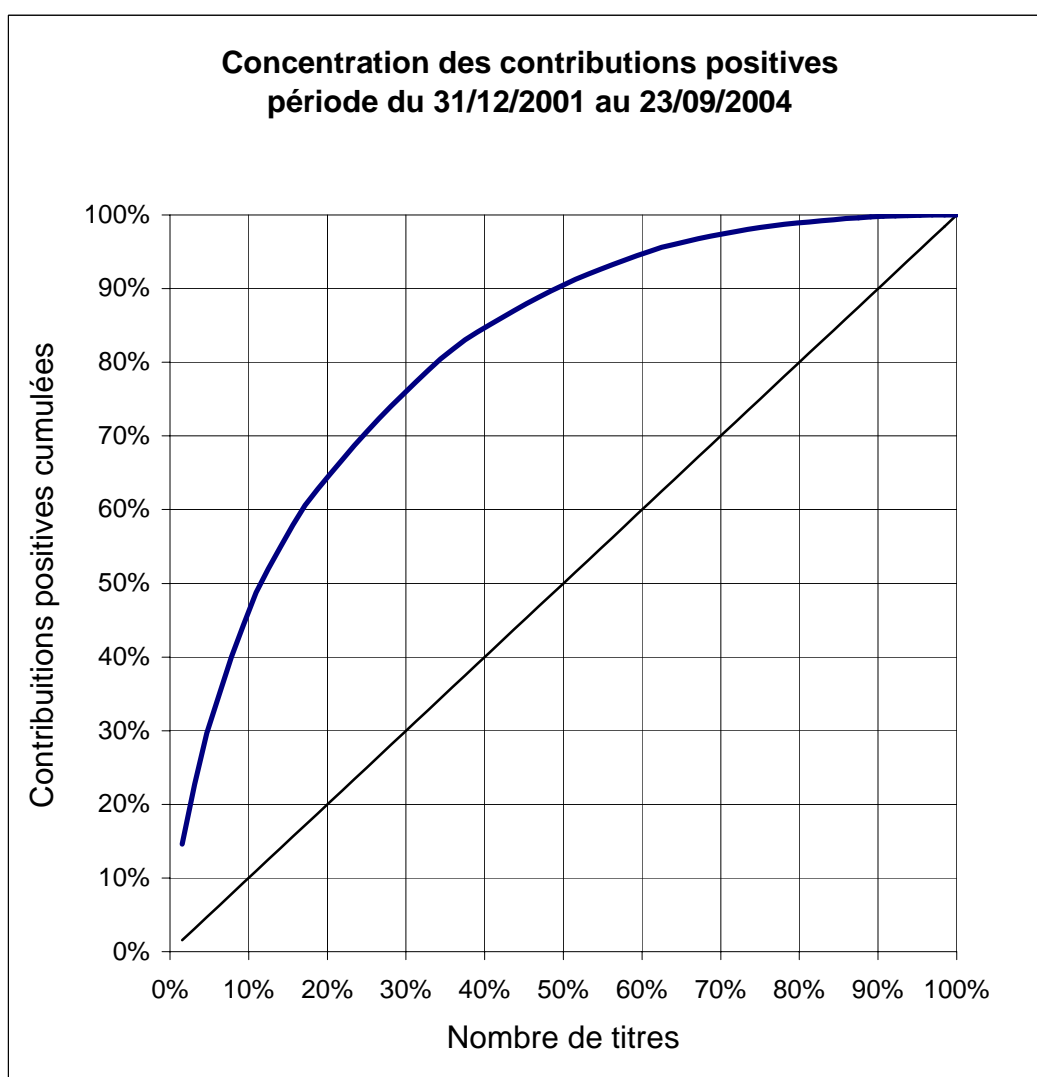
Le graphique ci-dessus représente la décomposition de la performance positive du portefeuille de SMA BTP par titres pour la plus forte hausse observée sur la période totale, celle de la journée du 14/03/2003, qui a été de +5,46%. La méthode des courbes de concentration est appliquée sur cette journée, et fait apparaître une concentration de la performance sur quelques titres spécifiques. La hausse de +5,46% résulte pour moitié de 10% des titres, soit 11 lignes sur 114. Autrement dit, 103 lignes du portefeuille ne contribuent pas plus à la hausse de cette journée que les 11 meilleurs. Enfin, 50% des titres représentent 90% de la hausse de la journée, ce qui revient à dire que la moitié des lignes du portefeuilles ne contribue quasiment pas à la performance quotidienne de la journée du 14/03/2003.

Courbe de concentration des contributions des titres à la performance du portefeuille actions de SMA BTP



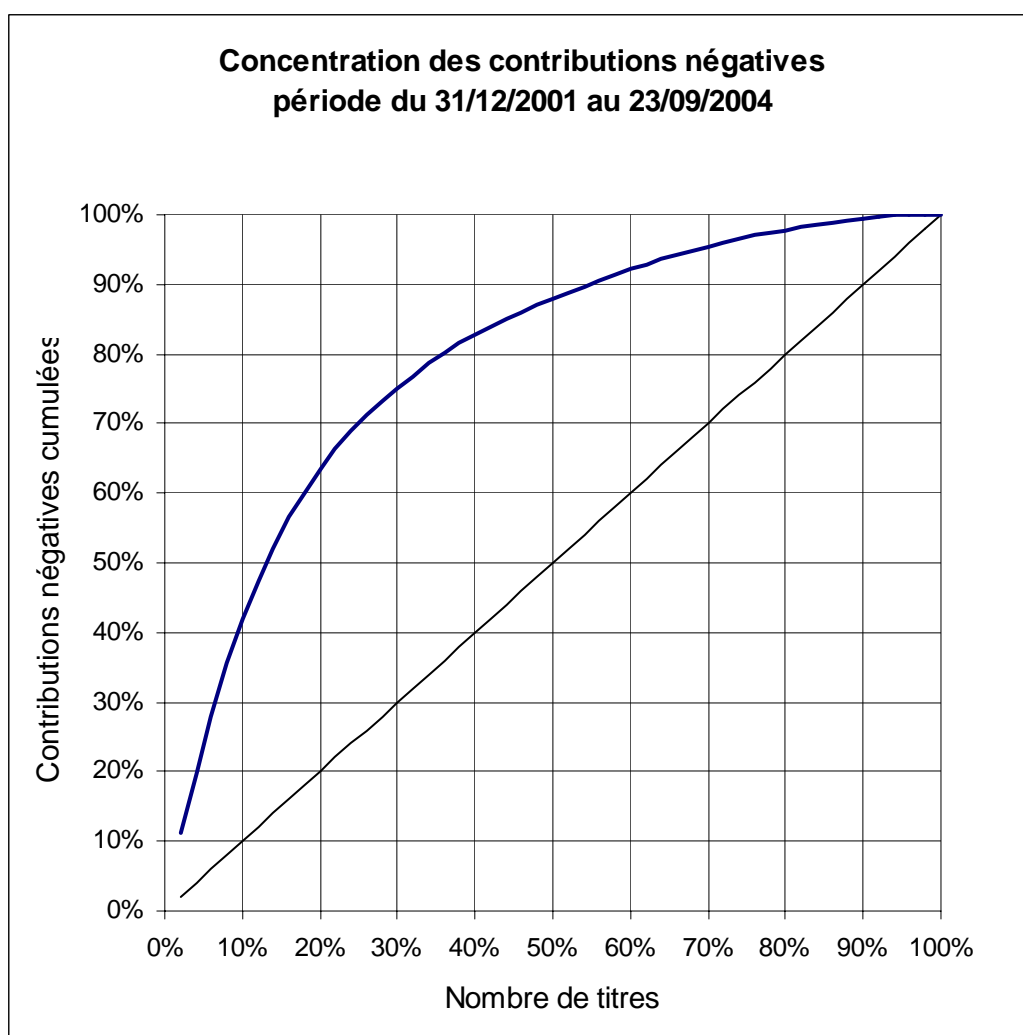
Le graphique ci-dessus représente la décomposition de la performance négative du portefeuille de SMA BTP par titres pour la plus forte baisse observée sur la période totale, celle de la journée du 24/03/2003, qui a été de -5%. La méthode des courbes de concentration est appliquée sur cette journée, et fait apparaître une concentration de la performance sur quelques titres spécifiques. La baisse de -5% résulte presque pour moitié de 10% des titres, soit 11 lignes sur 114. Autrement dit, 103 lignes du portefeuille ne contribuent pas plus à la baisse de cette journée que les 11 plus mauvais. Enfin, 50% des titres représentent 90% de la baisse de la journée, ce qui revient à dire que la moitié des lignes du portefeuilles ne contribue quasiment pas à la performance quotidienne de la journée du 24/03/2003.

Courbe de concentration des contributions des titres à la performance du portefeuille actions de SMA BTP



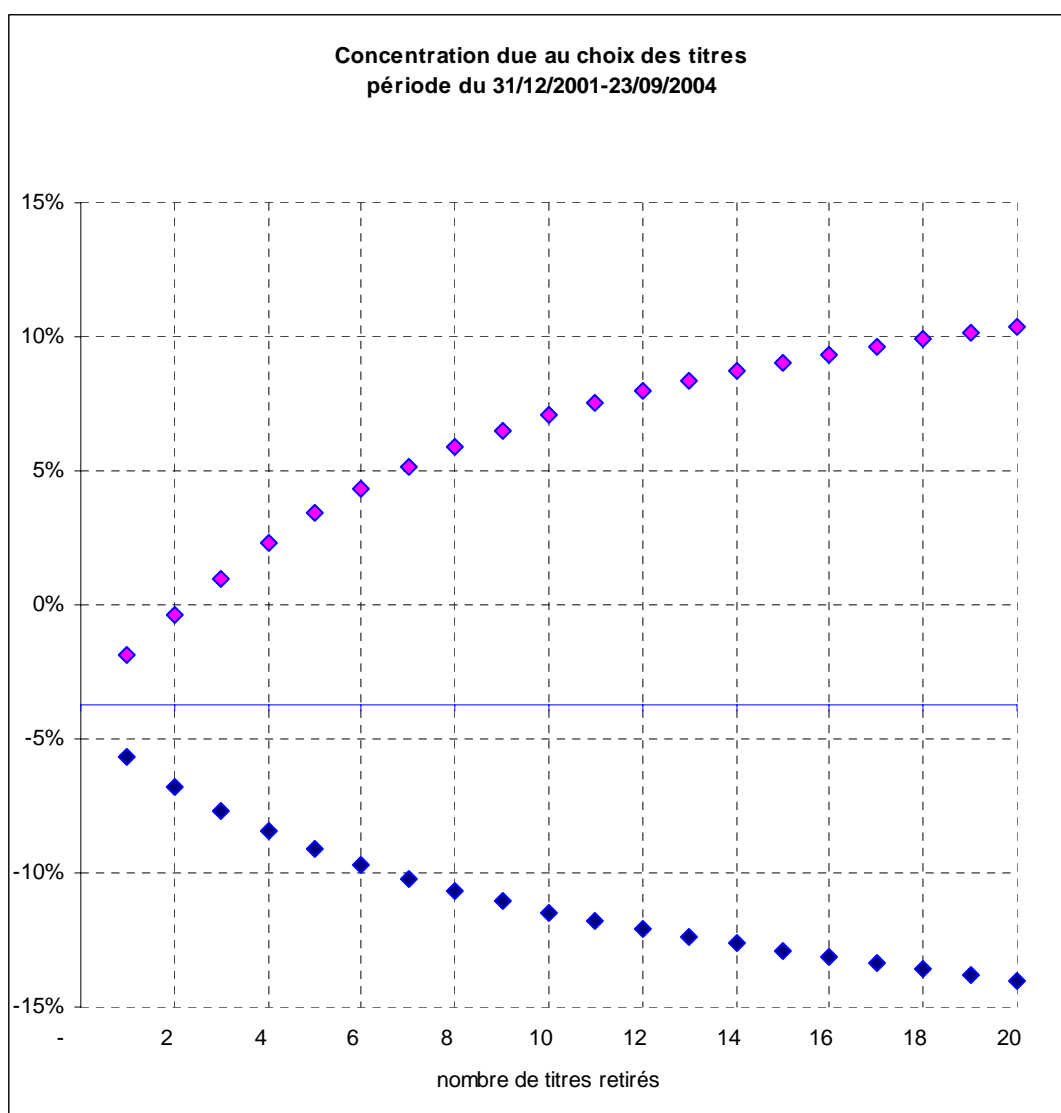
La courbe ci-dessus représente la concentration de la performance positive du portefeuille actions de SMA BTP, mesurée à partir des contributions positives des titres à cette performance. L'abscisse représente le nombre de titres du portefeuille (en % du total) classés par ordre de contribution positive décroissante, de la plus forte (à gauche) à la plus faible (à droite). Sur 114 titres au total dans le portefeuille, il y en a 64 (100%) qui ont une contribution positive à la performance, classés de 1 à 64 selon l'amplitude de leur contribution positive : le premier est à gauche de l'axe, le dernier (64^{ème}) à droite. L'ordonnée représente la fraction de la performance positive cumulée (ou masse de performance positive) obtenue (en % du total). La courbe représente la répartition des contributions cumulées positives des titres en fonction de la proportion de ces titres dans le portefeuille. Si chaque titre contribuait autant à la masse de performance positive, alors 50% des titres représenteraient 50% de la masse de performance positive. Ici, on observe que 50% des titres contribuent à 90% de la masse de performance positive : $T_+(0,50) = 0,90$. Réciproquement, la moitié du portefeuille n'apporte quasiment rien au résultat final. Si l'on affine la lecture de la courbe, on voit aussi que 10% des titres contribuent à (environ) 45% de la masse de performance positive : $T_+(0,10) = 0,45$. De même, 30% des titres contribuent à (environ) 75% de la masse de performance positive : $T_+(0,30) = 0,75$. La répartition des contributions est donc fortement inégalitaire : très peu de titres à contribution positive représentent l'essentiel de la masse de performance positive. Cette concentration de la performance illustre l'importance des choix de titres dans la performance totale de la gestion.

Courbe de concentration des contributions des titres à la performance du portefeuille actions de SMA BTP



La courbe ci-dessus représente la concentration de la performance négative du portefeuille actions de SMA BTP, mesurée à partir des contributions négatives des titres à cette performance. L'abscisse représente le nombre de titres du portefeuille (en % du total) classés par ordre de contribution négative décroissante, de la plus forte (à gauche) à la plus faible (à droite). Sur 114 titres au total dans le portefeuille, il y en a 50 (100%) qui ont une contribution négative à la performance, classés de 1 à 50 selon l'amplitude de leur contribution négative : le premier est à gauche de l'axe, le dernier (50^{ème}) à droite. L'ordonnée représente la fraction de la performance négative cumulée (ou masse de performance négative) obtenue (en % du total). La courbe représente la répartition des contributions cumulées négatives des titres en fonction de la proportion de ces titres dans le portefeuille. Si chaque titre contribuait autant à la masse de performance négative, alors 50% des titres représenteraient 50% de la masse de performance négative. Ici, on observe que 50% des titres contribuent à 88% de la masse de performance négative : $T.(0,50) = 0,88$. Réciproquement, la moitié du portefeuille n'apporte quasiment rien au résultat final. Si l'on affine la lecture de la courbe, on voit aussi que 10% des titres contribuent à (environ) 40% de la masse de performance négative : $T.(0,10) = 0,40$. De même, 30% des titres contribuent à (environ) 75% de la masse de performance négative : $T.(0,30) = 0,75$. La répartition des contributions est donc fortement inégalitaire : très peu de titres à contribution négative représentent l'essentiel de la masse de performance négative. Cette concentration de la performance illustre l'importance des choix de titres dans la performance totale de la gestion.

Graphique de la concentration de la performance sur quelques titres spécifiques du portefeuille actions de SMA BTP



Le graphique ci-dessus présente la modification du résultat (performance en %) de la gestion du portefeuille actions de SMA BTP sur la période 31/12/2001 – 23/09/2004, si l'on parvient à éviter l'investissement sur quelques titres spécifiques, ou bien au contraire si l'on manque l'investissement sur d'autres titres spécifiques. L'axe des ordonnées représente la performance totale en % du portefeuille sur la période. Cette performance est de $-3,76\%$, et la barre horizontale marque ce niveau. L'axe des abscisses représente le nombre k de titres retirés du portefeuille, de 1 à 20, classés par ordre décroissant de leur contribution à la performance totale. La courbe supérieure représente la nouvelle performance obtenue si la gestion n'avait pas été investie sur les k titres les plus mal choisis. Par exemple, si le premier titre avait été évité, la performance serait de $-1,86\%$. Si les deux premiers avaient été évités, elle aurait été de $-0,38\%$. Si les six premiers avaient été évités, on trouverait $+4,34\%$. Et ainsi de suite. La courbe inférieure représente l'impact du manque d'investissement sur les meilleurs titres. Si la gestion a manqué le meilleur, la performance tombe à $-5,70\%$; si la gestion a manqué les six meilleurs, le performance chute à $-9,67\%$. Et ainsi de suite. Ces deux courbes illustrent l'extrême concentration de la performance sur quelques titres bien (ou mal) choisis, et font apparaître l'importance des choix de titres dans la valeur ajoutée de la gestion.