

# Quel peut être l'intérêt d'une diversification internationale en obligations indexées à l'inflation ?

## *Version Préliminaire*

Papier présenté pour le  
Colloque de l'Association Française de Finance

Pascal Boulanger<sup>\*</sup>, Marie Brière<sup>\*\*</sup> et Sylvie de Laguiche<sup>\*\*\*</sup>

## Résumé

Nous avons étudié dans cet article quel pouvait être l'intérêt pour un investisseur de diversifier internationalement ses placements en obligations indexées à l'inflation. Nous avons considéré le cas d'un investisseur domestique qui couvrirait ses placements à l'étranger contre le risque de change et avons envisagé deux approches. (1) Dans le cadre d'une gestion passive avec une optique de *buy and hold*, nous montrons qu'un investisseur aura intérêt à acheter des obligations indexées étrangères (par rapport à un placement en cash de son pays) si le taux réel coté sur les obligations indexées étrangères est supérieur à la rentabilité du cash étranger. Historiquement cela semble avoir été très souvent le cas, sauf au Royaume-Uni. Le risque d'un tel placement est alors lié aux écarts de taux courts entre pays étranger et domestique. (2) Dans le cadre d'une gestion active, les résultats dépendent de l'horizon de placement. S'il s'agit d'une allocation stratégique avec un horizon de long terme, nous montrons qu'il est intéressant de diversifier internationalement ses placements, et présentons l'allocation optimale pour 6 pays possédant des obligations indexées. Dans le cas d'une allocation tactique avec un horizon d'un an, il est également intéressant de diversifier internationalement, mais nous montrons que les poids optimaux de chacun des pays varient dans le temps, en fonction des configurations de marché. A certains moments, comme par exemple en 2001-2002, il semblait plus intéressant de rapatrier ses investissements en France.

---

\* Centre de Recherche Pascal Boulanger, [pascalboulanger@sympatico.ca](mailto:pascalboulanger@sympatico.ca)

\*\* Crédit Agricole Asset Management, Cepremap et ULB, [marie.briere@ca-assetmanagement.fr](mailto:marie.briere@ca-assetmanagement.fr)

\*\*\* Crédit Agricole Asset Management, [sylvie.delaguiche@ca-assetmanagement.fr](mailto:sylvie.delaguiche@ca-assetmanagement.fr)

Les auteurs remercient Jean-François Boulier pour ses remarques et ses suggestions.

## Introduction

Les obligations indexées à l'inflation existent depuis longtemps aux Etats-Unis, les premières ont été émises par l'Etat du Massachusetts en 1780, mais elles sont tombées pendant longtemps en désuétude et ce n'est que depuis une vingtaine d'années (1981 au Royaume-Uni) que les gouvernements des pays développés ont recommencé à en émettre. Depuis, elles ont la faveur des gouvernements et des marchés, qui y ont vu, outre un moyen de se couvrir contre l'inflation, une possibilité pour diversifier leurs portefeuilles. Actuellement, 7 pays développés disposent d'une dette conséquente émise en obligations indexées à l'inflation : Les Etats-Unis, le Royaume-Uni, la France, l'Italie, la Suède, le Canada et l'Australie. Et cette liste ne cesse de s'agrandir (le Japon depuis 2004, l'Allemagne en 2005).

Une question naturelle que l'on peut se poser, devant le choix maintenant important d'obligations indexées à l'inflation sur le marché international, c'est de savoir s'il est intéressant pour un investisseur de diversifier internationalement son placement en obligations indexées à l'inflation. Ce papier se propose d'apporter quelques éléments de réponse à cette question, selon deux optiques : d'une part dans le cadre d'une gestion passive c'est-à-dire avec une optique de *buy and hold* jusqu'à la maturité de l'obligation, et d'autre part dans le cadre d'une gestion active, si l'on souhaite revendre l'obligation avant sa maturité et qu'on est soumis au risque de fluctuation des taux d'intérêt.

Le papier s'organise de la façon suivante. Nous commençons par présenter une analyse des différentes obligations indexées à l'inflation internationales en termes de rendement, risque et corrélations. Nous montrons que la rentabilité attendue sur les obligations indexées sur l'inflation dépend de l'évolution des taux d'intérêt réel (tout au moins dans une optique de gestion active) et mettons en évidence plusieurs méthodes pour les estimer (section 1). Puis nous examinons l'intérêt d'investir en obligations indexées à l'inflation étrangères dans une optique de *buy and hold* (section 2). Nous comparons l'attractivité d'un investissement en obligations indexées à l'inflation étrangères couvertes contre le risque de change à un placement monétaire dans le pays domestique et à un investissement en obligations indexées à l'inflation domestiques. Enfin, nous examinons l'intérêt d'un tel placement dans une optique de gestion active (section 3), c'est-à-dire dans le cas où l'investisseur ne souhaite pas détenir les obligations indexées à l'inflation jusqu'à leur échéance. Nous nous intéressons alors aux cas d'une allocation stratégique puis tactique, et nous estimons le portefeuille optimal pour un investisseur français grâce à une optimisation fondée sur une approche de moyenne/variance.

## 1. Analyse des obligations indexées à l'inflation

Les obligations indexées sur l'inflation (OII) se distinguent des obligations traditionnelles par deux facteurs importants : (1) la valeur nominale des coupons est la somme d'un coupon réel constant et fixé à l'avance, et de l'inflation observée (en général, un indice des prix à la consommation) ; (2) le paiement final est également indexé sur l'inflation observée, mais de surcroît généralement garanti en cas de déflation. Les OII permettent donc de se protéger des fluctuations de l'inflation, ce qui n'est pas le cas des obligations traditionnelles (l'investisseur étant affecté négativement en terme réel lorsque l'inflation augmente).

Certains pays ont émis des OII très tôt puis ont interrompu leur émission, si bien qu'on ne dispose que depuis peu d'un choix assez vaste d'obligations indexées à l'inflation internationales, permettant une réelle diversification. Depuis 1998, il est possible d'investir dans 6 pays : les Etats-Unis, le Royaume-Uni, l'Australie, le Canada, la Suède et la France. L'Italie et la Grèce ont émis leurs premières obligations indexées à l'inflation en 2003, le Japon en 2004 et l'Allemagne devrait le faire en 2005. Le tableau 1 ci-dessous récapitule les dates d'introduction et de disponibilité des données pour les Obligations indexées à l'inflation dans chaque pays.

**Tableau 1 : Dates d'introduction et de disponibilité des données concernant les Obligations Indexées à l'inflation**

Pays	Date d'introduction	Date début historique données Barclays
<b>Finlande</b>	1945	-
<b>Israël</b>	1955	-
<b>Islande</b>	1955	-
<b>Brésil</b>	1964	-
<b>Chili</b>	1966	-
<b>Colombie</b>	1967	-
<b>Argentine</b>	1972	-
<b>UK</b>	1975 puis 1981*	1981 :05
<b>Australie</b>	1985	1996 :12
<b>Mexique</b>	1989	-
<b>Canada</b>	1991	1996 :12
<b>Suède</b>	1952 puis 1994	1996 :12
<b>Nouvelle Zélande</b>	1995	-
<b>US</b>	1997	1997 :02
<b>France</b>	1998	1998 :09
<b>Afrique du Sud</b>	2000	2000 :03
<b>Italie</b>	2003	2003 :09
<b>Grèce</b>	2003	2003 :03
<b>Japon</b>	2004	-

\* en 1975, le Royaume-Uni a émis des OII, mais qui n'étaient pas commercialisables. Les premières OII commercialisables ont été émises en 1981 au Royaume-Uni

Source : Campbell et Shiller (1996), complété par les auteurs.

Pour mesurer l'intérêt d'un placement ou d'une allocation internationale en OII, il est nécessaire d'analyser les taux réels cotés sur les obligations indexées à l'inflation : ce sont eux qui déterminent le rendement réel d'un placement en OII. En théorie, le rendement de la détention d'une OII ne sera égal au taux réel que si l'on détient l'obligation jusqu'à sa maturité et que l'on peut réinvestir les coupons à ce même taux d'intérêt. Sinon on est soumis

au risque de fluctuation des taux réels. Une manière cependant de se couvrir (au moins en partie) contre les fluctuations de taux consiste à investir sur une période égale à la durée de l'obligation<sup>1</sup>. On voit donc que l'intérêt d'un placement va dépendre de l'optique dans laquelle on le détient. Si c'est une optique de gestion passive, c'est-à-dire de *buy and hold* pendant une durée proche de la durée de l'obligation, s'intéresser aux taux réels cotés sur les OII suffit à déterminer la rentabilité du placement (au risque résiduel près qu'investir sur une durée égale à la durée de l'obligation ne couvre qu'imparfaitement contre les fluctuations de taux). Si c'est une optique de gestion active, il faudra chercher à anticiper l'évolution des taux réels sur la période de détention, et dans ce cas il sera nécessaire de prévoir leur évolution.

On va donc s'intéresser dans ce qui va suivre, d'une part à une analyse historique des taux réels cotés sur les OII : rendement moyen, risque et corrélations entre les différentes OII, analyse nécessaire entre autres dans une optique de *buy and hold*, puis nous montrerons comment on peut estimer les taux réels sur les OII, en vue d'anticiper le rendement réel et éventuellement la volatilité attendue sur ces placements dans une optique de gestion active.

### 1.1. Performances, risque et corrélations des obligations indexées sur l'inflation internationales

On s'est intéressé à 6 pays : les Etats-Unis, le Royaume-Uni, l'Australie, le Canada, la France et la Suède sur la période octobre 1998 – août 2004. Les données que nous avons étudiées sont les indices obligataires indexés sur l'inflation fournis par *Barclays* et disponibles sur *Datastream*. Il s'agit d'une moyenne des prix d'obligations indexées sur l'inflation de différentes maturités dans chaque pays.

Nous présentons dans cette section une analyse des performances nominales des OII sur la période. Nous appelons performance le gain fait sur l'obligation incluant à la fois la variation de prix due aux mouvements de taux réels et le gain de coupon. Nous comparons dans le tableau 2 les performances des OII sur la période ainsi que leur volatilité et leurs corrélations calculées à partir des performances journalières sur la période 1998-2004.

**Tableau 2 : Performance annualisée, volatilité et durée moyenne des indices OII Barclays, octobre 1998- août 2004**

	Performance annualisée	Volatilité	Duration
<b>Australie</b>	7.0%	6.0%	10
<b>Canada</b>	11.3%	4.8%	15.7
<b>France</b>	6.4%	4.8%	9.9
<b>Suède</b>	7.9%	4.1%	10.6
<b>UK</b>	5.7%	5.8%	11.3
<b>US</b>	8.8%	5.6%	9.4

On s'aperçoit que les performances en devise locale de nos indices varient beaucoup d'un pays à l'autre. En réalité, cette différence de performance ne doit pas être interprétée trop hâtivement, car les durées de chacun des indices sont différentes. L'indice canadien

<sup>1</sup> C'est la durée de placement qui réduit au maximum le risque de fluctuation des taux, elle permet de couvrir de façon parfaite contre un unique déplacement parallèle de la courbe des taux pendant la durée de vie de l'obligation.

notamment, a une duration beaucoup plus élevée que les autres pays (15.7, à comparer avec des durations qui se situent entre 9.4 et 11.3 pour les autres pays), cela explique probablement en grande partie le surcroît de performance important ( 11.3% par rapport aux autres pays dont les performances se situent entre 5.7% et 9%). Curieusement pourtant, la volatilité des performances de l'indice OII canadien n'est pas plus élevée que dans les autres pays, elle est par exemple identique à celle de l'indice OII français, dont la duration est pourtant beaucoup plus faible (9.9 contre 15.7). Ainsi, lorsque nous utiliserons plus loin les OII cotées pour faire des calculs ou des estimations, nous sommes conscient que nous utilisons des OII de maturités différentes. Il est en effet difficile d'ajuster les données pour qu'elles aient toutes la même duration (il faudrait en toute rigueur estimer des primes de termes pour ajuster les taux d'intérêt des différents indices fournis *Barclays*).

Pour bien comprendre l'intérêt du marché international des OII pour un investisseur, nous devons également examiner la corrélation entre les différents pays. Nous les avons calculées sur la période 1998 - 2004 et les avons reproduites dans le tableau 3 ci-dessous.

**Tableau 3 : Corrélations entre les performances mensuelles des indices OII Barclays, octobre 1998- août 2004 (nominales et couvertes contre le risque de change)**

	France	Australie	Canada	Suède	UK	US
France	100.0%	37.8%	58.5%	72.4%	53.9%	65.1%
Australie		100.0%	36.7%	42.1%	36.2%	55.6%
Canada			100.0%	53.2%	45.0%	63.4%
Suède				100.0%	43.1%	63.9%
UK					100.0%	41.9%
US						100.0%

On constate que les corrélations varient assez fortement selon les pays considérés. On a tout d'abord un groupe de pays dont les corrélations sont fortes : les Etats-Unis, le Royaume-Uni, le Canada, la Suède et la France (supérieures à 50%, et pouvant atteindre 72% dans le cas de la corrélation entre la Suède et la France). L'Australie et le Royaume-Uni sont moins corrélés aux autres pays (corrélations autour de 40%).

On note que les corrélations sont beaucoup plus faibles entre les performances des OII qu'entre celles des obligations nominales (toujours supérieures à 70% et pouvant atteindre 86% entre la Suède et la France) ou entre actions internationales (voir tableaux 4 et 5 ci-dessous). Les OII ne sont donc pas un substitut des obligations classiques, elles sont beaucoup plus diversifiantes, probablement en grande partie parce qu'il s'agit d'un marché relativement nouveau, dans lequel la liquidité et les facteurs d'offre et de demande varient fortement d'un pays à l'autre. L'intérêt d'une diversifications internationale en OII est donc particulièrement intéressant dans ce cadre.

**Tableau 4 : Corrélations entre les performances mensuelles des indices d'obligations nominales à 10 ans, octobre 1998- août 2004 (couvertes contre le risque de change)**

	France	Australie	Canada	Suède	UK	US
France	100.0%	76.8%	70.4%	86.1%	83.0%	73.9%
Australie		100.0%	82.1%	77.0%	74.5%	78.8%
Canada			100.0%	71.1%	70.3%	84.4%
Suède				100.0%	82.9%	69.4%
UK					100.0%	69.6%
US						100.0%

**Tableau 5 : Corrélations entre les performances mensuelles des indices actions, octobre 1998- août 2004 (couvertes contre le risque de change)**

	France	Australie	Canada	Suède	UK	US
France	100.0%	64.6%	74.6%	87.4%	83.8%	82.2%
Australie		100.0%	59.3%	57.6%	65.5%	68.5%
Canada			100.0%	71.5%	65.8%	82.7%
Suède				100.0%	72.7%	73.2%
UK					100.0%	83.7%
US						100.0%

## 1.2. Estimation des taux réels et simulations

Comme nous l'avons vu, les performances et le risque des OII dépendent de l'évolution et de la volatilité des taux réels. Nous avons cherché la meilleure approximation des taux réels cotés sur les OII pour 2 raisons. (1) Dans le cadre d'une gestion active, il est nécessaire d'estimer la rentabilité que l'on peut espérer à long ou court terme sur ce placement. (2) Les historiques de taux réels cotés sont très courts (depuis 1998 pour une base commune de 6 pays), et ne sont pas disponibles pour tous les pays. Il nous a donc paru intéressant de pouvoir reconstituer des historiques suffisamment longs de taux réels, sur la période où les OII n'existaient pas encore, et qui approximent correctement les taux réels cotés des OII sur la période récente. Cela nous a permis notamment d'estimer les risques et les corrélations entre les différentes OII internationales sur un historique plus long, incluant notamment des périodes de forte inflation.

L'estimation des taux d'intérêt réels, pendant longtemps inobservables avant la naissance des OII, est loin d'être triviale et a fait l'objet d'une abondante littérature. Deux théories sont en général mobilisées pour déterminer les taux réels : la relation de Fisher qui lie les taux réels aux taux nominaux et aux anticipations d'inflation, et la règle d'Or qui les relie à la croissance économique.

### ***La relation de Fisher : les taux réels dépendent des taux nominaux et de l'inflation anticipée***

Fisher (1930) a postulé que le taux d'intérêt nominal pouvait être scindé en deux composantes : un taux d'intérêt réel et des anticipations d'inflation. Le taux réel étant selon lui très stable et déterminé uniquement par les facteurs réels de l'économie (productivité du

capital et préférences des agents pour le présent), taux nominal et anticipations d'inflation devraient donc varier parallèlement. Son analyse est restée célèbre car elle a permis d'expliquer la corrélation positive entre niveau général des prix et taux d'intérêt sur le marché. Fisher montre que cela provient de l'intégration d'anticipations d'inflation dans les taux d'intérêt nominaux.

En effet, supposons qu'il existe un actif qui coûte une unité de consommation à la date  $t$ , cet actif rapportera à la date  $(t+T)$  :  $(1+yr_{t,t+T})$  unités de consommation. En termes nominaux, si l'actif en question coûte  $P_t$  à la date  $t$ , on anticipera qu'à la date  $(t+T)$ , il vaudra :  $(1+yr_{t,t+T})E_t(P_{t+T})$ . Si on égalise les revenus perçus au moyen de cet actif avec le taux d'intérêt nominal  $rn_{t,t+T}$ , on obtient :

$$\frac{(1+yr_{t,t+T})E_t(P_{t+T})-P_t}{P_t} = (1+yr_{t,t+T})(1+E_t(\pi_{t,t+T})) = yn_{t,t+T}$$

D'où en approximant ( $yr_{t,t+T}$  et  $E_t(\pi_{t,t+T})$  sont nettement inférieurs à 1) :

$$yn_{t,t+T} = yr_{t,t+T} + E_t(\pi_{t,t+T})$$

avec  $yn_{t,t+T}$  le taux nominal de maturité  $T$ ,  $yr_{t,t+T}$  le taux réel,  $E_t(\pi_{t,t+T})$  l'inflation anticipée en  $t$  sur la période  $T$ .

Il faut noter que cette équation très simple s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses assez restrictives : par exemple, elle ne tient pas compte des aspects de taxation, et surtout elle suppose que les investisseurs sont indifférents entre un placement nominal ou un placement réel, du moment que la différence de rendement est en ligne avec leurs anticipations d'inflation. Les travaux plus récents en finance suggèrent qu'en fait, un investisseur en nominal exigera d'être rémunéré un peu plus que le taux réel ajouté de son anticipation d'inflation. En effet, comme l'inflation est volatile et qu'il supporte ce risque par rapport à un investisseur en réel, il demandera une prime. Barro (1976), Benninga et Protopapadakis (1983) ainsi que Cox et al. (1985) ont montré que la décomposition du taux d'intérêt nominal en taux réel et anticipations d'inflation devrait en réalité inclure un terme additionnel dont on ne tient pas compte dans l'équation de Fisher : la prime de risque d'inflation. Cette prime varie naturellement dans le temps et elle est inobservable, on ne peut donc pas l'éliminer pour calculer le taux d'intérêt réel. Ainsi, en retranchant les anticipations d'inflation aux taux nominaux selon l'équation de Fisher, on estime plutôt le taux réel augmenté de la prime de risque d'inflation.

Une autre difficulté est liée au fait qu'il convient d'estimer correctement les anticipations d'inflation pour un horizon égal à la maturité du taux d'intérêt. On ne dispose de données d'enquête sur un historique long qu'aux Etats-Unis (*Survey of Professional Forecasters* de la Réserve Fédérale de Philadelphie), et pour les autres pays ne sont disponibles que les prévisions fournies par *Consensus Economics* depuis 1989. Dans le cas des taux courts (jusqu'à 1 an), on peut supposer en première approximation que les anticipations d'inflation à court terme des agents sont proches de l'inflation courante (à court terme, la meilleure prévision de l'inflation est son niveau actuel). Mais dans le cas des taux longs (par exemple à 10 ans), il est indispensable d'estimer des prévisions d'inflation à 10 ans.

Nous avons recréé un historique d'anticipations d'inflation, en supposant que les agents utilisent leur connaissance de l'inflation passée pour prévoir les niveaux d'inflation future, selon un processus d'anticipation autorégressif. Comme l'indice des prix possède une forte composante saisonnière, nous avons dû tout d'abord désaisonnaliser les séries<sup>2</sup>. Puis nous avons estimé un processus ARIMA sur les séries d'inflation mensuelle désaisonnalisées (variation de l'indice des prix sur le mois). En effet, comme le mentionne le rapport mensuel de la *Bundesbank* de juillet 2001, ce processus a l'avantage d'être relativement simple et permet de modéliser correctement l'inflation. Le processus que nous avons estimé est un ARIMA(2,1,0) :

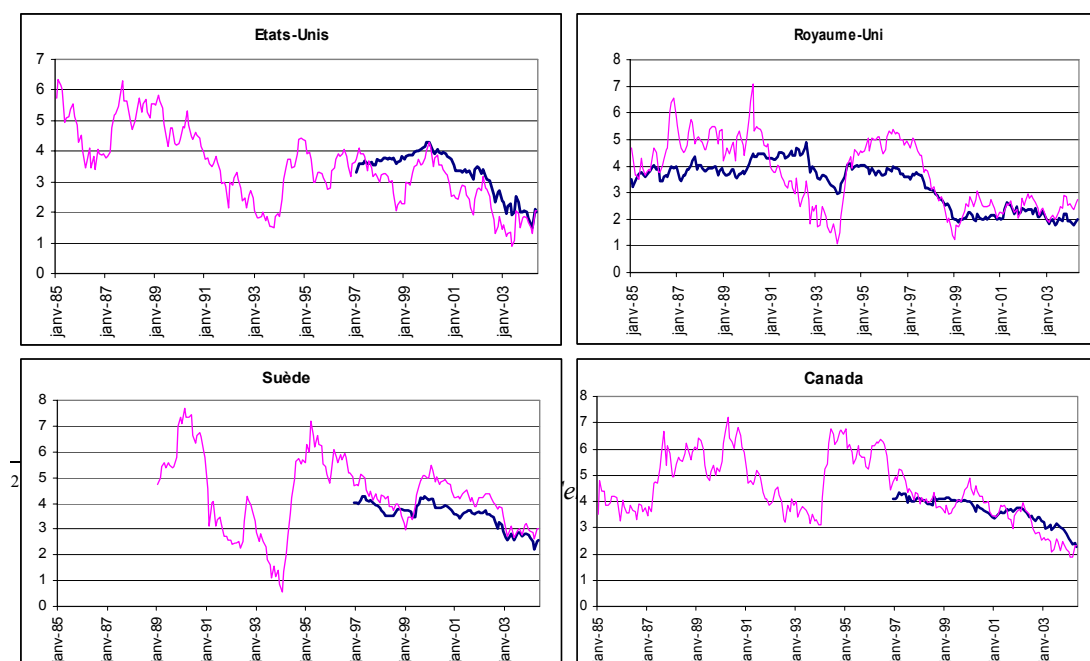
$$X_t = \alpha + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

avec  $X_t$  l'inflation mensuelle (taux de croissance mensuel de l'indice des prix désaisonnalisé).

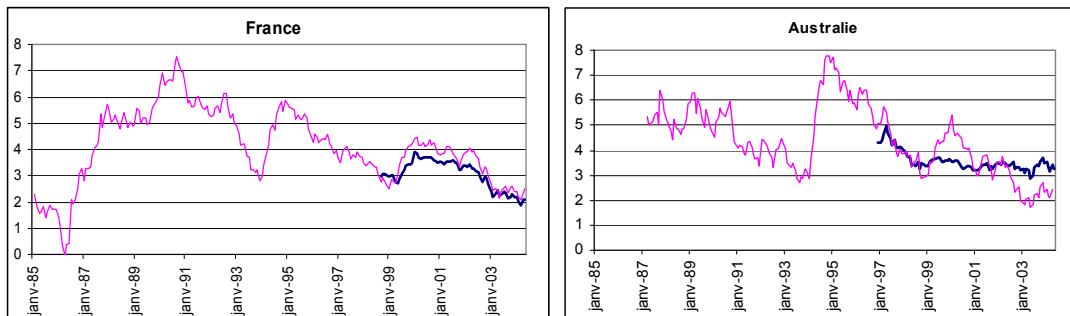
Nous avons tout d'abord estimé ce processus de façon glissante sur des périodes de 5 ans et réalisé des prévisions dynamiques à 10 ans, chaque prévision étant basée sur les coefficients du processus ARIMA estimé sur les 5 années précédentes. Une première difficulté est apparue, liée au fait que sur les dernières années, les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  devant les termes AR(1) et AR(2) estimés sur des échantillons de 5 ans deviennent quasiment nuls, l'inflation mensuelle se comportant sur les dernières années presque comme un bruit blanc. Pour pallier cette difficulté, qui nous a semblé relativement ponctuel, nous avons préféré estimer les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sur tout l'échantillon (c'est-à-dire sur la période 1985-2004), mais avons ensuite permis à la constante du modèle de fluctuer en fonction de la période de 5 ans considérée. Ainsi, le niveau moyen de l'inflation anticipé par les agents (la constante) peut fluctuer en fonction de l'historique de l'inflation sur le passé récent (les 5 dernières années), les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont quant à eux figés sur l'ensemble de la période.

Pendant les années 70 et jusqu'au milieu des années 80, on a connu dans la plupart des pays industrialisés de très forts taux d'inflation, qui ont à certains moments dépassé les taux nominaux. Nos prévisions d'inflation présentaient le même défaut, et les taux réels obtenus sur cette période devenaient négatifs. Nous avons dû nous limiter à la période 1985-2004 pour estimer nos anticipations d'inflation. Le graphique suivant retrace les estimations de taux réels obtenus, comparés avec les taux réels des OII.

**Graphique 1 : Taux d'intérêt réel estimé sous la forme (taux nominal – anticipations d'inflation) et taux réel coté des OII**







Source : Datastream, Barclays, calcul des auteurs

Trait clair : estimation du taux réel comme taux nominal – anticipations d’inflation

Trait foncé et gras : taux réel coté des obligations indexées à l’inflation

Les estimations de taux réels obtenues par cette méthode sont assez proches des taux réels cotés sur les obligations indexées sur l’inflation. Mais la volatilité de nos séries calculées à partir des taux nominaux et des anticipations d’inflation est plus forte. En effet, les anticipations d’inflation à 10 ans obtenues sont en fait la moyenne des prévisions dynamiques d’inflation calculées sur 120 mois, ce qui rend la série ainsi obtenue extrêmement lisse par rapport au taux nominal. L’estimation de taux réel qui en résulte est donc très volatile, beaucoup plus que les taux réels cotés des OII. Ce qui peut expliquer la volatilité de la série obtenue, c’est que nous mesurons par cette méthode, non seulement le taux réel mais également la prime de risque d’inflation, qui est très volatile.

### ***Selon la règle d’Or, les taux réels dépendent du taux de croissance de l’économie***

Une autre alternative pour mesurer le taux d’intérêt réel<sup>3</sup> consiste à supposer qu’il est lié, tout au moins pour son niveau d’équilibre de long terme, à la croissance potentielle de l’économie (rythme de croissance du PIB qui est soutenable à long terme ou rythme de croissance atteint dans un contexte d’équilibre économique). Le modèle de Ramsey est à la base de l’explication. Dans ce modèle, le taux d’intérêt réel d’équilibre est déterminé grâce à la règle d’or modifiée :

$$yr = (1/s)p + n + q$$

où  $yr$  est le taux d’intérêt réel,  $s$  mesure l’élasticité de substitution de la consommation,  $p$  est le taux de croissance des changements technologiques,  $n$  la croissance de la population et  $q$  est le taux de préférence pour le temps.

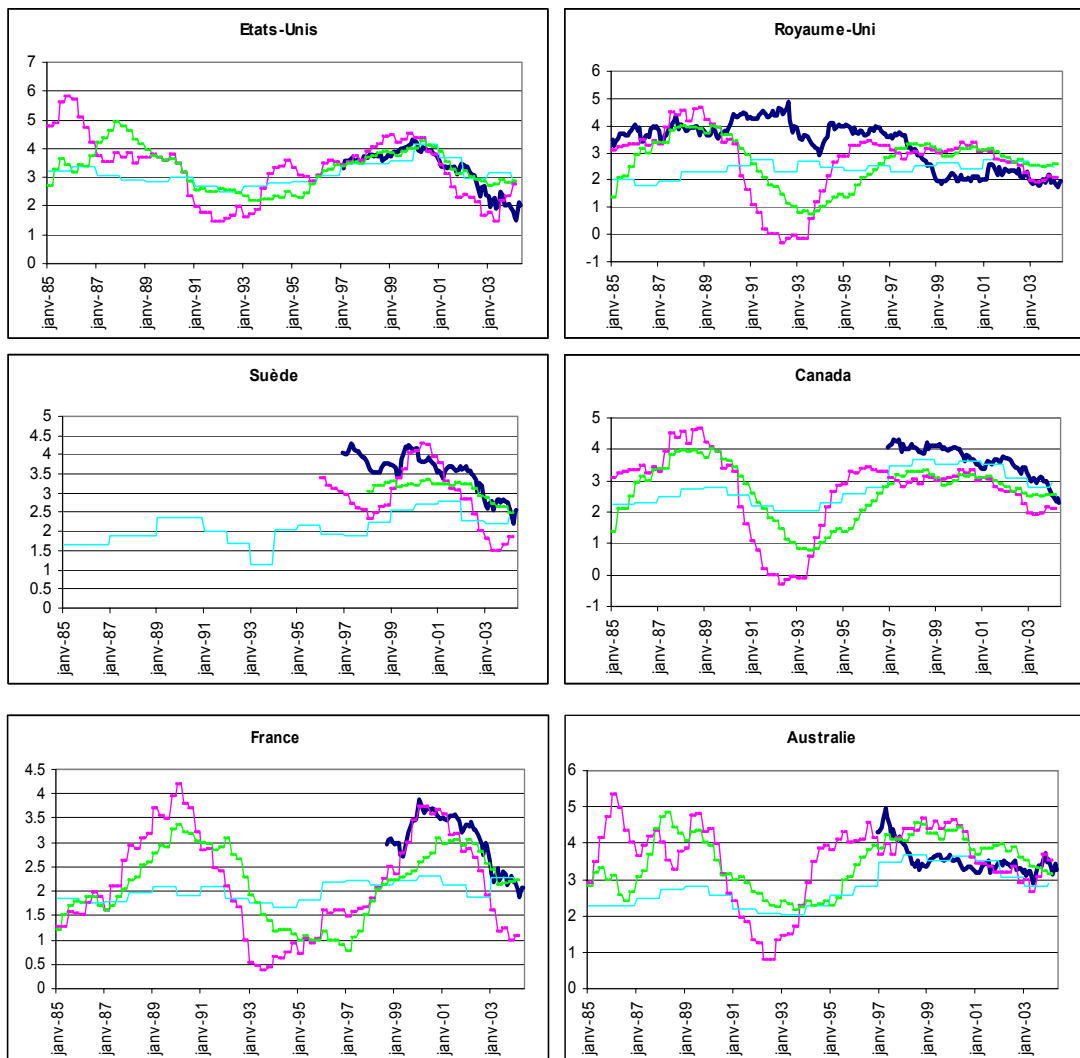
<sup>3</sup> Il faut noter que la règle d’Or ne précise pas s’il s’agit des taux réels à long terme ou à court terme. Nous avons supposé qu’il s’agissait plutôt des taux réels à long terme, et que nos indices sur les OII (de durée proche d’un indice à 10 ans) pouvaient être comparés aux taux de croissance de l’économie.

On peut simplifier cette équation pour obtenir la règle d'or du modèle de Solow en posant  $s = 1$  et  $q = 0$  :

$$yr = q + n$$

Ainsi, à long terme, le taux d'équilibre devrait converger vers la croissance potentielle de l'économie. Or comment l'approximer ? Plusieurs alternatives sont possibles. On peut supposer qu'il est proche du taux de croissance du PIB sur un horizon donné (c'est-à-dire que la croissance passée est une bonne approximation de la croissance potentielle). On peut également utiliser l'estimation de la croissance potentielle de l'OCDE. Le graphique 2 présente ces séries en les comparant aux taux réels cotés sur les OII.

**Graphique 2 : Taux de croissance du PIB sur 3 et 5 ans, du PIB potentiel, et taux réel coté des OII**



Source : Datastream, OCDE, Barclays, calcul des auteurs  
 Trait clair : taux de croissance du PIB potentiel sur 1 an (données de l'OCDE)  
 Trait avec petits carrés : taux de croissance du PIB sur 3 ans  
 Trait avec petits ronds : taux de croissance du PIB sur 5 ans  
 Trait foncé et gras : taux réel coté des obligations indexées à l'inflation

On voit clairement que les séries de taux de croissance du PIB ou du PIB potentiel n'approximent pas toujours correctement les taux réels cotés. Dans la plupart des pays (par exemple au Royaume-Uni en 1991-1992, en Suède en 1997), on constate à certains moments une complète déconnexion entre les deux. Une partie de cette divergence peut être expliquée par la présence d'une prime sur le taux réel. Les investisseurs en OII peuvent en effet exiger une prime à certain moment assez élevée s'ils anticipent qu'il y aura une forte volatilité des taux réels. Par ailleurs, les volatilités des séries sont assez différentes : les séries de taux de croissance du PIB potentiel sont trop lisses par rapport au taux réel coté, celles de taux de croissance du PIB à 3 ans semblent trop volatiles. Seuls les taux de croissance du PIB à 5 ans semblent s'approcher à peu près des taux réels cotés en termes de volatilité.

### *Quelle estimation du taux réel retenir ?*

Finalement, il a fallu choisir la meilleure estimation du taux réel. L'idéal aurait été de trouver une méthode qui approxime correctement les taux réels à la fois en niveau et en termes de volatilité. Mais comme nous l'avons déjà évoqué, aucune des méthodes que nous avons présentées ne possède ces deux caractéristiques. Le tableau 4 compare et récapitule les rendements réels trimestriels moyens et les écarts-types des rendements réels selon nos différentes estimations : taux nominal – inflation et taux de croissance du PIB ou du PIB potentiel.

**Tableau 4: Comparaison des rendements réels trimestriels moyens (annualisés) et des écarts-types des rendements selon différentes estimations de taux réel**

	Taux réel OII		Taux nominal - anticipation d'inflation		Croissance du PIB sur 1 an		Croissance du PIB sur 3 an		Croissance du PIB sur 5 ans		Croissance du PIB potentiel	
	moy	ET	moy	ET	moy	ET	moy	ET	moy	ET	moy	ET
<b>US</b>	6.17	7.69	7.16	18.61	4.78	27.88	4.44	10.22	4.22	5.05	3.49	0.36
<b>UK</b>	4.32	8.10	5.52	19.99	3.79	22.02	3.46	10.76	2.24	7.08	2.41	0.26
<b>Suède</b>	5.56	7.29	6.60	12.61	5.78	24.58	3.88	9.17	3.92	3.18	2.47	0.23
<b>Canada</b>	6.14	4.90	8.06	11.03	3.34	16.35	4.13	5.46	3.39	3.93	3.37	0.31
<b>France</b>	4.96	6.97	4.73	10.45	7.35	28.23	4.88	9.65	2.54	5.01	2.17	0.15
<b>Australie</b>	5.42	6.54	8.61	16.70	5.79	29.60	4.33	9.90	4.94	5.68	3.37	0.31

*Estimations sur la période 1997-2004 pour les US, le Canada et l'Australie, 1985-2004 pour le Royaume-Uni, 1998-2004 pour la France et la Suède.*

Chacune des méthodes exposées dans cette section présente un certain nombre d'avantages et d'inconvénients. Les estimations de taux réels sous la forme (taux nominaux – anticipations d'inflation) sont relativement proches de l'évolution en niveau des taux réels cotés, mais sont un trop volatiles. Par ailleurs, nous l'avons vu, elles peuvent donner une estimation des taux réels négatifs, alors qu'historiquement cela n'a jamais été observé<sup>4</sup>. La

<sup>4</sup> En réalité, rien de nous permet de dire avec certitude si les taux réels cotés sur les OII pourraient devenir négatifs. Par exemple en période de très forte inflation on pourrait imaginer que les agents soient prêts à payer pour pouvoir placer leur argent sur un support les protégeant contre l'inflation. Mais sur l'historique où l'on dispose de données sur les OII, il n'y a pas eu de forte inflation permettant de le tester, et par ailleurs même au Royaume-Uni en 1990-1991 quand la croissance était négative, les taux réels cotés sur les OII sont toujours restés positifs.

méthode par les taux de croissance du PIB (à 5 ans notamment) a une volatilité qui s'approche beaucoup plus de celle de la série des taux réels cotés, mais il y a des périodes où les niveaux estimés s'écartent notablement des taux réels cotés sur les OII. Les niveaux moyens de croissance (potentielle ou croissance du PIB) sont en revanche assez proches des taux réels cotés sur les OII.

Ces estimations vont nous être très utiles pour formuler des anticipations concernant la rentabilité des OII sur un certain horizon, dans une optique de gestion active. Nous avons retenu la méthode par les taux nominaux – anticipations d'inflation pour les estimations de court terme (notamment lorsqu'on a eu besoin d'une estimation du taux réel à 1 an, qui n'existe pas sur les OII), car les évolutions de court terme de cette série semblent proches des taux réels cotés. Pour les espérances de rendement à long terme, on peut penser en revanche que les taux réels reviendront vers leur niveau de croissance potentielle, ou vers une moyenne de la croissance du PIB sur le long terme, ce qui est analogue.

Pour simuler des historiques de taux réels permettant de calculer sur longue période les risques, rendements et corrélations entre les OII (ce qui nous sera utile dans la section 3 dans une optique de gestion active, pour estimer la matrice de variance covariance sur un historique plus long), nous avons retenu l'estimation des taux réels sous la forme (taux nominal – anticipation d'inflation). En effet, comme cette estimation permet d'obtenir des taux réels assez proches dans leur évolution des taux réels cotés, elle nous a semblé plus à même de respecter les corrélations internationales entre les différents taux réels. Son inconvénient, c'est qu'elle a tendance à surestimer les volatilités.

## 2. Intérêt d'investir en obligations indexées internationales dans le cadre d'une gestion passive

Nous considérons dans cette section le cas d'un investisseur dont le passif est indexé sur l'inflation de son pays. Il cherche donc à protéger ses capitaux investis sur la durée de son horizon d'investissement. Plusieurs stratégies naturellement intéressantes s'offrent à lui :

- Un investissement en obligations indexées du pays
- Un investissement en cash de son pays
- Un investissement en obligations indexées inflation étrangères couvertes contre le risque de change

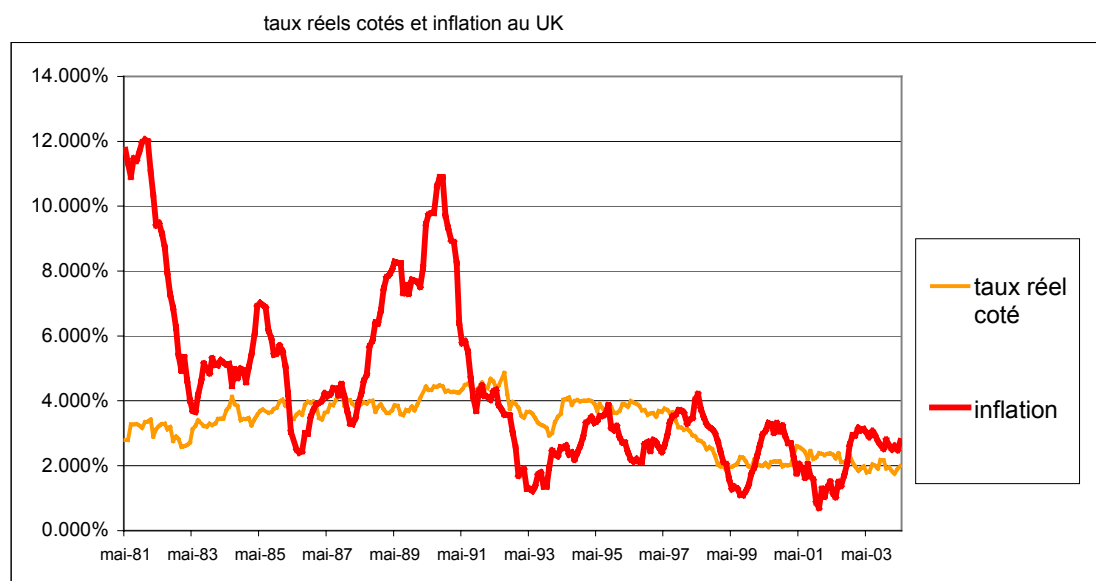
Nous analysons ces stratégies dans une optique passive de *buy and hold* sur des périodes glissantes de 3 ans et de 7 ans et examinons quel peut être l'apport d'un investissement en obligations internationales couvertes. Dans la mesure où le taux actuariel coté est un taux à 10 ans, ce choix peut sembler surprenant. En réalité, pour réduire l'impact du risque de réinvestissement des coupons sur la rentabilité du placement, l'idéal est de se placer sur un horizon égal à la durée de l'obligation considérée (soit 9 ans pour une OII de maturité 10 ans). Mais comme pour la plupart des pays, nous ne disposons d'un historique de données que depuis 1997 (soit 7 ans de données), nous avons encore réduit notre horizon à 7 ans. L'horizon de 3 ans est donné à titre indicatif, car dans notre cas il ne s'agit pas d'un horizon compatible une optique de *buy and hold*. Il avait néanmoins l'avantage de nous permettre d'étudier plusieurs sous-périodes.

## 2.1. Investissement en obligations indexées domestiques

Si l'investisseur a à sa disposition des obligations indexées sur l'inflation dans la devise de son pays, et si elles sont cotées avec un taux actuariel réel positif, l'achat de telles obligations conservées jusqu'à échéance permet au premier ordre de se protéger contre l'inflation. En effet sur un horizon égal à la durée de l'obligation, la rentabilité en termes réels sera très proche du taux actuariel coté (puisque c'est la durée de placement qui réduit au maximum le risque de taux, et permet d'être parfaitement couvert contre un unique déplacement parallèle de la courbe des taux sur la vie du titre). La rentabilité réelle est alors au premier ordre connue à l'avance.

Le pays sur lequel nous avons l'historique le plus long de taux réels cotés est le Royaume Uni, les premières observations remontent à mai 1981. Le graphe ci-dessous présente l'historique des taux réels cotés pour ce pays, comparés à l'inflation (taux de croissance annuel de l'indice des prix).

**Graphique 3 : taux réels cotés et inflation au Royaume-Uni**



Ce graphique fait ressortir des taux réels cotés qui se maintiennent entre 2% et 4%. En tout état de cause ils sont toujours restés positifs, y compris dans les périodes d'inflation forte (1981 et 1990) et dans la période de hausse importante de l'inflation : 1988-1990 où l'inflation est passée de 3.3% à 10%.

L'examen des taux réels cotés pour les autres pays où existent des obligations indexées sur l'inflation (sur des historiques plus courts) fait également ressortir des taux actuariels cotés positifs. Le tableau ci-dessous donne les moyennes et les minimum des taux réels cotés depuis décembre 1996 dans 7 pays où existent des obligations indexées.

**Tableau 5 : Taux réels cotés, période 1997-2004**

statistiques sur les taux réels cotés  
Période 1997-2004

	moyenne	minimum	début série
US	3.29	1.49	févr-97
Royaume-Uni	2.39	1.75	déc-96
Suède	3.55	2.22	déc-96
Canada	3.65	2.36	déc-96
Australie	3.56	2.89	déc-96
France	3.04	1.87	sept-98
Italie	1.56	1.30	mars-03

La réserve que l'on peut émettre est que les données historiques ne contiennent pas la période 1970-1980 d'inflation croissante puis élevée et de rentabilité réelle négative pour les actifs financiers. Sans pouvoir apporter aujourd'hui aucune réponse à cette question, on peut se demander si les taux réels cotés seraient susceptibles de devenir négatifs. En effet, dans une période de très forte inflation (vraisemblablement beaucoup plus forte que durant les années 70, on peut se demander si certains investisseurs ne seraient pas prêts à « payer » pour avoir un placement qui couvre entièrement contre l'inflation.

## 2.2 Investissement en cash

Investir dans des produits monétaires à très court terme peut être envisagé comme placement alternatif aux OII dans la mesure où cela permet de couvrir de façon relativement efficace contre l'inflation étant donné le lien étroit entre les taux courts et l'inflation. De plus, cette solution offre l'avantage d'être disponible dans tous les pays contrairement aux OII. Cependant, des rentabilités réelles du cash négatives sont souvent observées. Nous avons calculé pour toutes les périodes glissantes de 3 ans et de 7 ans la rentabilité réelle du cash pour différents pays. Le tableau suivant récapitule les résultats

rentabilités annualisées réelles du cash

Pays	début période	périodes glissantes de 3 ans		périodes glissantes de 7 ans	
		moyenne	min	moyenne	min
US	1975	3.3%	-0.9%	3.7%	1.6%
Royaume-l	1975	4.4%	-4.6%	4.9%	-0.9%
Suède	1992	4.0%	1.7%	3.9%	2.7%
Canada	1975	4.2%	0.0%	4.7%	2.0%
Australie	1986	5.0%	1.2%	5.0%	2.8%
France	1975	4.6%	-0.5%	5.2%	1.3%
Allemagne	1975	3.2%	0.1%	3.5%	1.7%
Italie	1995	2.7%	0.7%	2.7%	1.7%

**Tableau 6: Rentabilités réelles annualisées du cash**

Sur l'historique dont nous disposons, des chiffres négatifs apparaissent pour le Royaume Uni de 75 à 82, pour la France de 78 à 81 et pour les US de 75 à 79.

### 2.3. Investissement en obligations indexées étrangères

Un investissement en obligations étrangères peut naturellement être envisagé en l'absence d'obligations indexées sur l'inflation locale ou dans la devise locale. Toutefois il convient le cas échéant de mettre en place une couverture du risque de change. Le coût de cette couverture sur chaque mois est égal à la différence entre les taux courts des deux devises. Pour une période de plusieurs mois correspondant à l'horizon d'investissement, on peut écrire ainsi la rentabilité (nominale) d'un placement en obligations étrangères couvertes :

$$RN\_OII\_couvert^B_{t,t+T} = (yr^B + \pi^B_{t,t+T}) - RN\_cash^B_{t,t+T} + RN\_cash^A_{t,t+T}$$

Où  $A$  désigne le pays domestique et  $B$  le pays étranger

$RN\_OII\_couvert^B_{t,t+T}$  = rentabilité nominale annualisée en OII couverte contre le risque de change, sur l'horizon d'investissement  $T$ , pour un investisseur placé dans la devise domestique

$yr^B$  = taux actuariel réel coté en début de période pour l'obligation étrangère indexée

$\pi^B_{t,t+T}$  = inflation moyenne annualisée sur l'horizon  $T$  dans le pays étranger

$RN\_cash^A_{t,t+T}$  = rentabilité nominale annualisée d'un placement en cash dans le pays domestique (capitalisation des taux courts sur l'horizon d'investissement)

La rentabilité réelle de l'obligation étrangère indexée couverte s'obtient en retranchant l'inflation domestique et peut alors s'écrire :

$$RR\_OII\_couvert^B_{t,t+T} = yr_B + (\pi^B_{t,t+T} - \pi^A_{t,t+T}) + (RN\_cash^A_{t,t+T} - RN\_cash^B_{t,t+T})$$

$RR\_OII\_couvert^B_{t,t+T}$  = rentabilité réelle annualisée sur l'horizon d'investissement  $T$  de l'obligation étrangère couverte pour un investisseur placé dans la devise domestique

On obtient un terme connu à l'avance : le taux actuariel coté mais aussi deux termes non connus au début de période : l'écart d'inflation et l'écart de rentabilité des taux courts dans les deux pays sur l'horizon d'investissement. Notons cependant que comme on admet en général une corrélation entre les taux courts et l'inflation de chacun des pays, les fluctuations de ces deux termes aléatoires se compensent au moins en partie.

La même équation peut aussi se réécrire en arrangeant autrement les termes aléatoires :

$$RR\_OII\_couvert^B_{t,t+T} = yr_B + (RN\_cash^A_{t,t+T} - \pi^A_{t,t+T}) - (RN\_cash^B_{t,t+T} - \pi^B_{t,t+T})$$

Ce qui donne :

$$RR\_OII\_couvert^B_{t,t+T} = yr_B + RR\_cash^A_{t,t+T} - RR\_cash^B_{t,t+T} \quad (1)$$

$RR\_cash^i_{t,t+T}$  la rentabilité réelle du cash dans le pays  $i$ .

Ainsi, le terme aléatoire dans l'équation (1) correspond à la différence entre les rentabilités réelles du cash dans les deux devises. Si on admet que la rentabilité réelle du cash

est liée à la croissance de l'économie et au caractère plus ou moins accommodant de la politique monétaire, on voit donc apparaître un risque sur le différentiel de croissance des deux pays et un risque sur des différences de comportement entre les banques centrales.

Enfin il peut être intéressant de comparer un investissement en obligations indexées étrangères couvertes avec un placement en cash domestique. Cette comparaison se fait naturellement lorsqu'on réarrange l'équation (1) :

$$RR\_OII\_couvert^B_{t,t+T} = RR\_cash^A_{t,t+T} + (yr_B - RR\_cash^B_{t,t+T}) \quad (2)$$

Ainsi, le placement en obligations indexées étrangères est intéressant par rapport à un placement en cash si le taux actuariel coté se révèle supérieur à la rentabilité réelle du cash en devise étrangère, autrement dit si dans la devise étrangère le placement en obligations indexées est plus intéressant qu'en monétaire. Cet écart entre taux actuariel réel coté et rentabilité réelle du cash mesure l'attractivité des obligations indexées. Noter qu'il est indépendant de la devise de référence. Ce critère va également nous permettre de comparer simplement les investissements en obligations étrangères dans divers pays. On peut aussi s'en servir pour comparer la rentabilité d'un placement en OII étrangères et en OII domestiques

$$RR\_OII\_couvert^B_{t,t+T} = yr_A + (yr_B - RR\_cash^B_{t,t+T}) - (yr_A - RR\_cash^A_{t,t+T})$$

La rentabilité attendue sur les OII étrangères couvertes par rapport aux OII domestiques est liée à la différence entre les deux termes d'attractivité mentionnés ci-dessus.

Ces écritures de la rentabilité des obligations indexées étrangères font apparaître les éléments qui permettent d'apprécier l'attractivité de ces placements mais aussi le risque d'avoir une rentabilité réelle négative et le risque de faire moins bien qu'un placement en cash domestique. Nous allons analyser ces éléments sur quelques exemples.

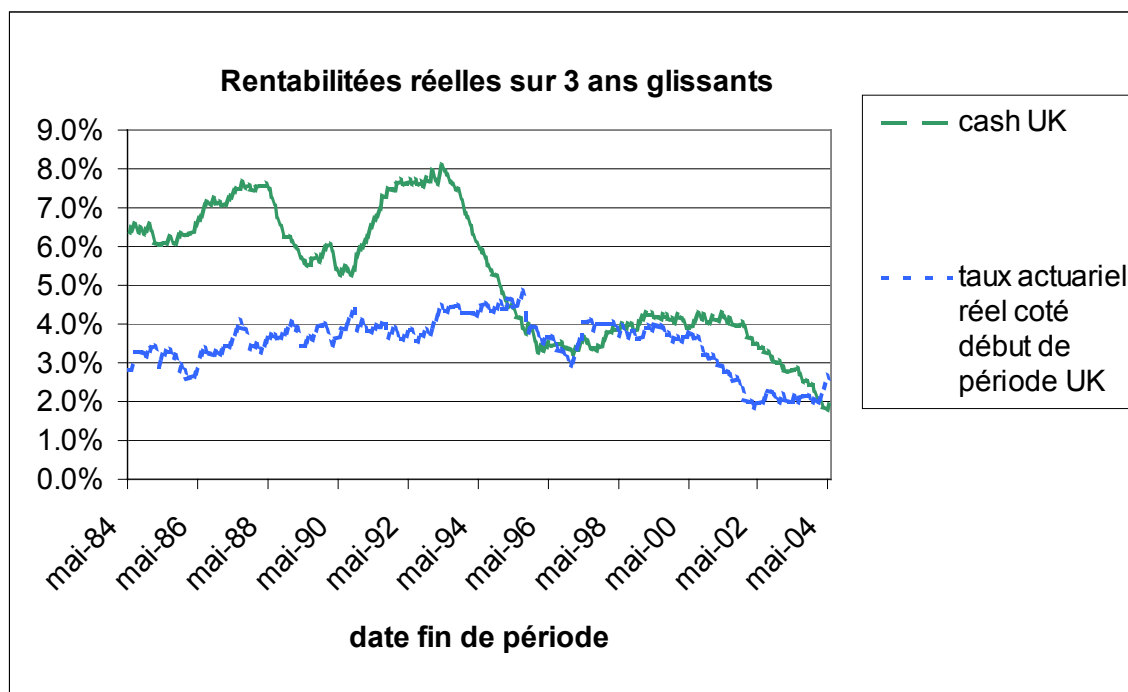
### ***Attractivité observée pour les obligations étrangères indexées sur l'inflation par rapport au cash domestique***

Nous avons vu grâce à l'équation (2) que pour comparer l'attractivité d'un placement en obligations indexées étrangères par rapport à un placement en cash domestique, il suffit donc de comparer le taux réel coté sur les OII étrangères et la rentabilité réelle du cash étranger, le tout en devise locale. Nous allons prendre quelques exemples afin d'examiner l'attractivité des placements en OII dans différents pays étrangers.

Le graphique ci-dessous compare pour un investissement au Royaume-Uni sur des périodes glissantes de 3 ans, le taux actuariel coté en début de période et la rentabilité réelle du cash. Notons que le dernier taux actuariel sur les OII du graphique est celui de mai 2001, comparé à la rentabilité réelle du cash entre mai 2001 et mai 2004.



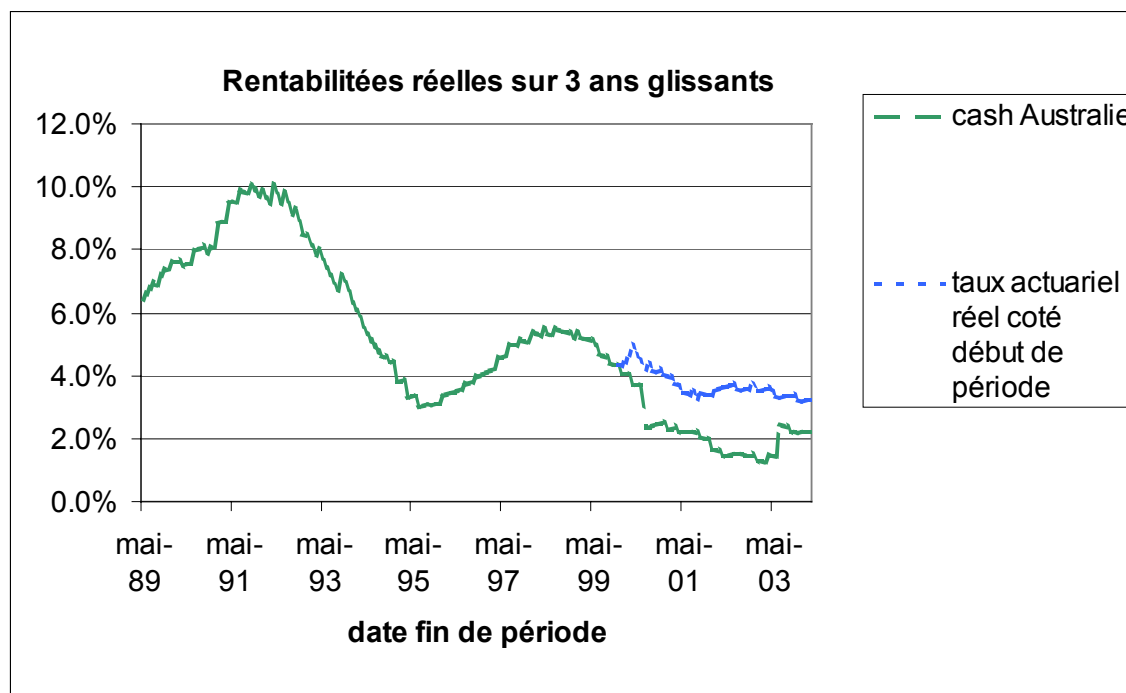
**Graphique 4 : Taux actuariel coté et rentabilités réelles sur 3 ans glissants du cash au Royaume-Uni**



Ce graphique montre que de 1981 à 1996, le placement en cash a donné une rentabilité réelle meilleure qu'un placement en obligations indexées. Les taux courts ont été élevés d'abord parce qu'ils n'ont diminué qu'avec retard par rapport au recul de l'inflation du début des années 80. L'impact de la réunification allemande et les crises de change du début des années 90 ont maintenu des taux courts réels très élevés. Les deux ont évolué de façon assez proches ensuite jusqu'à 1996, où les taux actuariels réels ont connu une forte baisse, passant de 3.5% à 2%, et à nouveau le cash s'est révélé plus intéressant. Enfin la baisse des taux courts observée depuis septembre 2000 et la légère remontée de l'inflation récemment ont inversé la situation.

Le même graphe sur une période plus courte pour l'Australie montre au contraire que depuis leur émission les obligations indexées sur l'inflation ont connu une rentabilité réelle supérieure au cash.

**Graphique 5 : Taux actuariel coté et rentabilités réelles sur 3 ans glissants du cash en Australie**



Nous avons réalisé le même calcul pour tous les pays disposant d'obligations indexées à l'inflation depuis plus de 3 ans. Le tableau 7 ci-dessous donne les écarts moyens entre le taux actuariel coté en début de période et la rentabilité annuelle réelle du cash, sur des périodes glissantes de 3 ans et de 7 ans depuis le lancement des obligations indexées. Pour le Royaume Uni, nous donnons les résultats depuis 1996 seulement, afin de pouvoir comparer les résultats avec les autres pays dont les obligations indexées ont été lancées bien plus tard. Notons que comme précédemment, ces chiffres prennent en compte les taux actuariels en début de chaque période glissante.

**Tableau 7 : Ecart moyen sur la période 1996-2004 entre taux actuariel des OII et rentabilité réelle du cash (taux 1 mois)**

	Moyenne annualisée sur période glissante de 3 ans	Moyenne annualisée sur période glissante de 7 ans
France (1998-2004)	1.4%	ND
Royaume-Uni (1996-2004)	-0.8%	0.6%
Etats-Unis (1997-2004)	1.6%	1.6%
Canada (1997-2004)	1.7%	1.7%
Australie (1997-2004)	1.5%	1.6%
Suède (1997-2004)	1.3%	1.4%

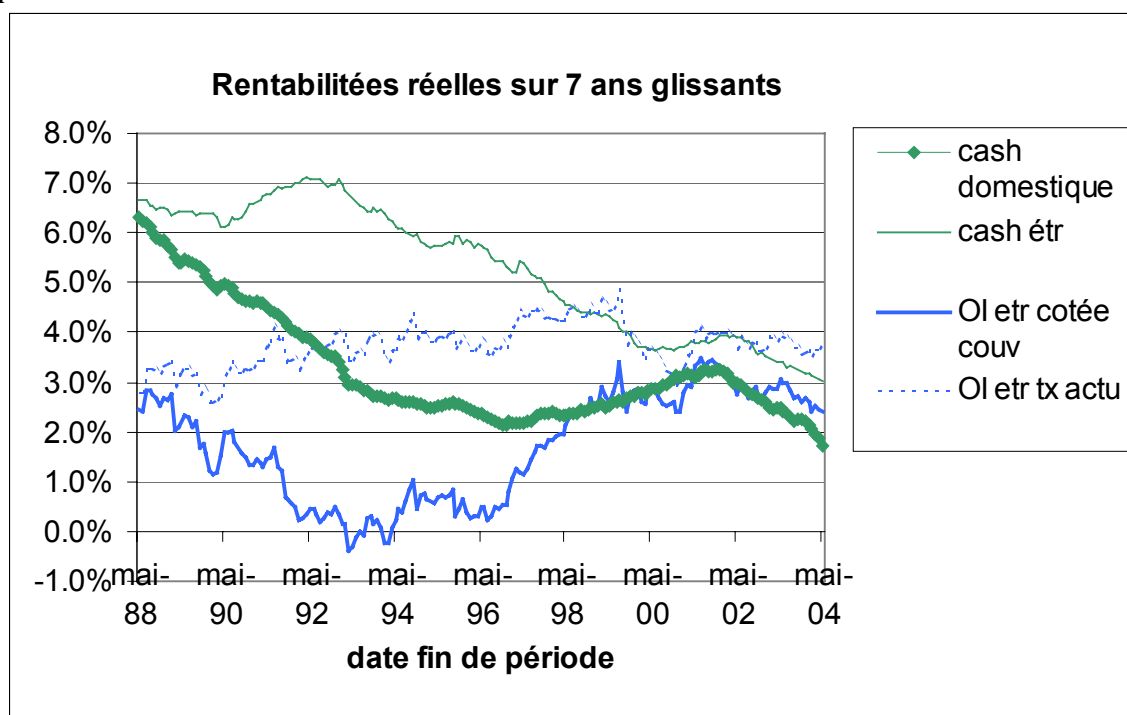
Sur la période 1996-2004, la rentabilité des obligations indexées a été plus élevée que celle du cash, sauf pour le Royaume-Uni. Pour les autres pays, les différences entre les rentabilités annuelles sont de l'ordre de 1.5%. Suivant les périodes et même au cours de la période récente parmi les pays, il y a donc des différences significatives dans l'attractivité des obligations indexées par rapport au cash. Le choix des obligations indexées étrangères parmi

les différents pays qui disposent d'OII n'est donc pas neutre et suivant les périodes l'intérêt d'un tel investissement peut être très différent.

### ***Risques d'un placement en obligations étrangères indexées par rapport au cash domestique***

Le graphique suivant présente le cas d'un investisseur basé aux Etats-Unis qui tente de se couvrir contre l'inflation en achetant des obligations indexées couvertes contre le risque de change du Royaume-Uni. Les gains de l'investisseur sont représentés par la courbe bleue épaisse (rentabilité obligations étrangères couvertes). Nous avons rajouté sur le graphique les 3 termes qui entrent dans l'équation (1) : le taux réel coté en début de période, la rentabilité réelle du cash domestique et la rentabilité réelle du cash étranger (vu dans la devise étrangère).

**Graphique 6 : Composition de la performance d'un placement en OII au Royaume-Uni pour un investisseur américain**

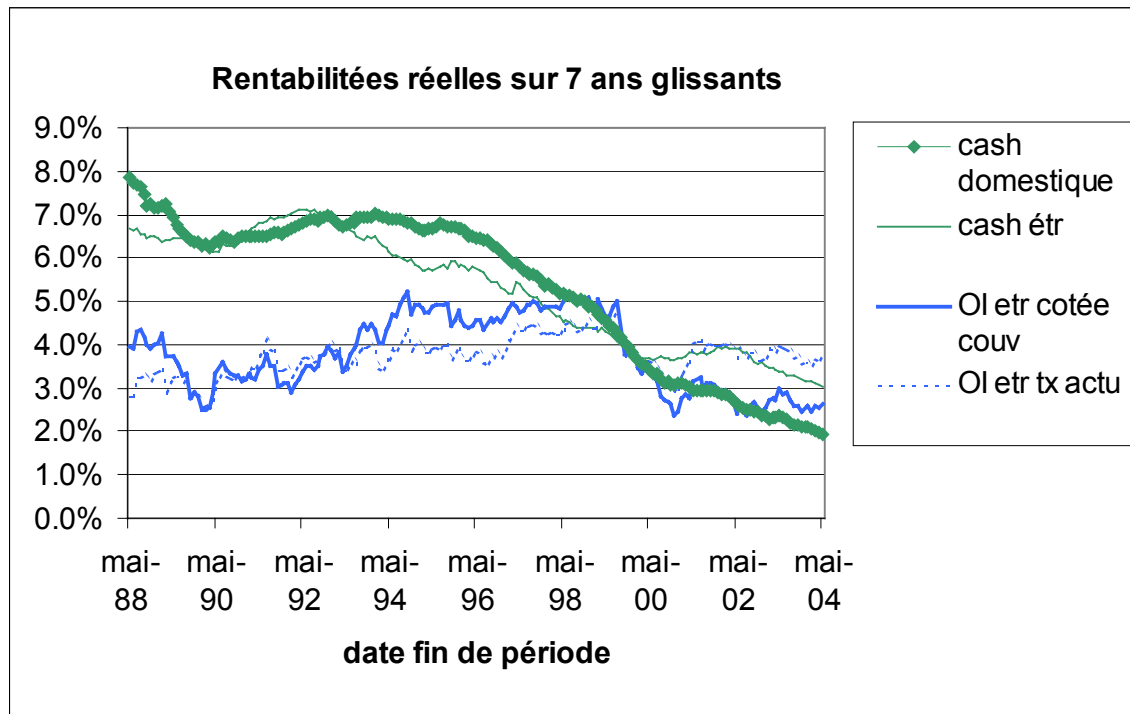


Dans les années 80 et au début des années 90, la rentabilité d'un tel placement est moins bonne que celle du cash, ce qui est normal au vu des résultats précédents (les obligations indexées du Royaume-Uni étaient moins attractives que le cash en sterling). Ce qui est plus alarmant est que la rentabilité réelle de ce placement se révèle même négative pour la période 1986-1993. Les taux réels cotés sur les obligations indexées étaient positifs mais ont été plus que compensés par l'écart défavorable entre les deux rentabilités réelles du cash, dû à une politique monétaire beaucoup plus restrictive au Royaume Uni qu'aux Etats-Unis. Du point de vue du risque, la rentabilité réelle d'un placement en obligations étrangères a connu des fluctuations d'un peu moins grande ampleur mais d'ordre de grandeur similaire à ce qu'on observe pour le cash. Ainsi, dans le cas d'un investisseur américain, une tentative de se protéger contre l'inflation en achetant des obligations indexées anglaises couvertes s'est

révélée historiquement nettement moins bien que le cash en terme de rentabilité (même une rentabilité négative) et à peine mieux en terme de risque.

Si on se place du point de vue d'un investisseur français qui chercherait à investir en OII au Royaume-Uni, les rentabilités réelles sont représentées sur le graphe suivant :

**Graphique 7 : Composition de la performance d'un placement en OII au Royaume-Uni pour un investisseur français**



Les rentabilités réelles d'un placement en obligations étrangères couvertes ont toujours été positives et sont plus stables que dans l'exemple précédent pour un investisseur américain. On remarquera que les rentabilités réelles du cash en franc et en sterling ont évolué de façon assez similaire. Dans ce cas, l'investissement en obligations anglaises couvertes fait moins bien que le monétaire en terme de rentabilité mais permet de réduire l'incertitude sur la rentabilité par rapport à l'inflation.

Dans une optique buy and hold, le risque d'un investissement en obligations indexées étrangères couvertes apparaît liée à l'écart entre la rentabilité réelle du cash dans la devise de référence et dans la devise étrangère. Dans la mesure où il s'agit d'une optique buy and hold ce risque ne peut pas être quantifié simplement à l'aide de la volatilité du placement. En effet, la volatilité appréhende le risque d'un placement en mark to market et est surtout utilisé lorsque les rentabilités sur des intervalles de temps successifs ne présentent pas d'autocorrélation très forte, ce qui n'est pas le cas ici puisque la rentabilité sur des intervalles de temps est liée à un différentiel de taux courts en niveau (série à forte autocorrélation positive). Puisque dans ce cas on ne peut pas utiliser de notion de volatilité, la notion de ratio de Sharpe communément utilisée dans la littérature financière est d'un emploi malaisé. Nous nous contentons de mesurer une grandeur liée au risque en calculant historiquement la dispersion des écarts de rentabilité observés sur des périodes glissantes. Même s'il n'existe

pas d'obligations indexées dans un pays étranger, on peut néanmoins étudier cet écart de rentabilité réelle du cash. Nous effectuons ce calcul pour un investisseur basé francs français sur 2 périodes : Une période longue : 1975-2004, comprenant des chocs inflationnistes et la période récente 1995-2004 sur laquelle l'inflation n'a pas connu de poussée significative. Nous travaillons sur des sous périodes glissantes de 3 ans et également de 7 ans pour la période 1975-2004. Le tableau ci-dessous indique la dispersion des écarts de rentabilité réelle du cash entre la France et le pays étranger. A titre d'information nous avons également ajouté la dispersion des écarts d'inflation.

**Tableau 8 : Ecart de rentabilité réelle du cash et écart d'inflation France contre pays étranger**

Ecart de rentabilité réelle du cash et écart d'inflation France contre pays étranger Ecart-type des chiffres annualisés sur périodes glissantes							
	Allemagne	Roy Uni	US	Canada	Italie	Suède	Australie
Période 1974-2004							
sous périodes glissantes de 7 ans							
Ecart rentabilité réelle du cash	1.0%	0.7%	1.7%	0.6%			
Ecart d'inflation	2.8%	1.3%	1.7%	1.0%			
	pour information dispersion de la rentabilité réelle du cash FF					1.7%	
sous périodes glissantes de 3 ans							
Ecart rentabilité réelle du cash	1.7%	1.3%	2.2%	1.3%			
Ecart d'inflation	3.1%	1.9%	2.0%	1.4%			
	pour information dispersion de la rentabilité réelle du cash FF					2.7%	
Période 1995-2004							
sous périodes glissantes de 3 ans							
Ecart rentabilité réelle du cash	0.6%	0.7%	0.9%	0.4%	1.4%	1.1%	1.2%
Ecart d'inflation	0.3%	0.6%	0.4%	0.5%	0.3%	0.4%	0.9%
	pour information dispersion de la rentabilité réelle du cash FF					0.7%	

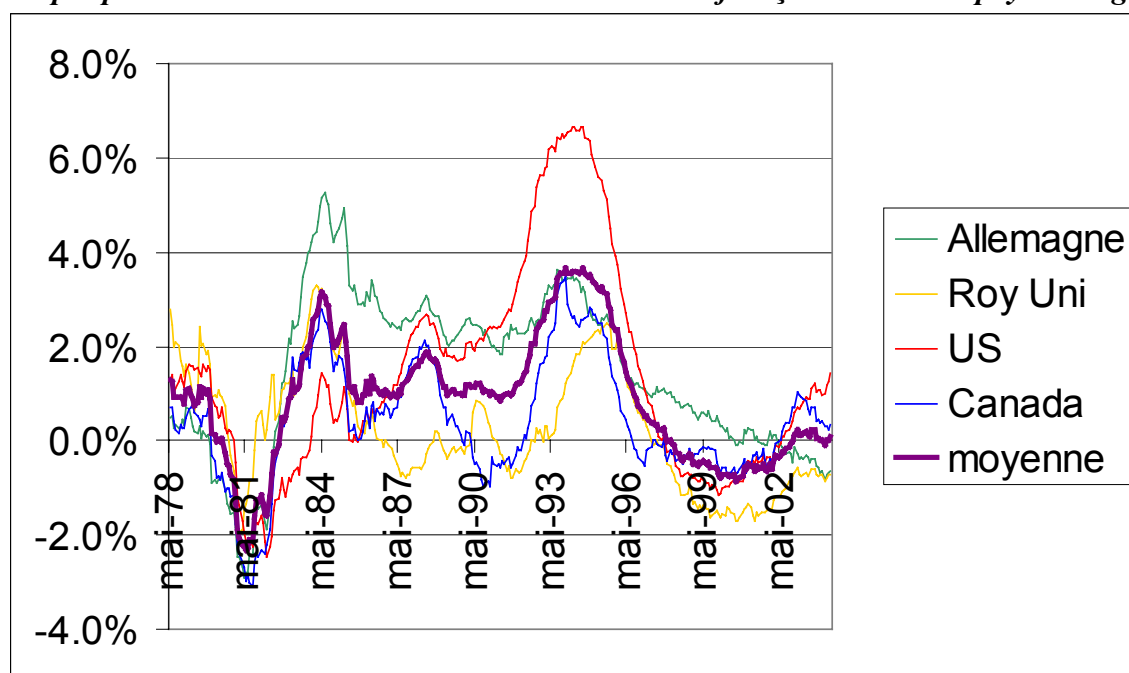
Ce tableau appelle les remarques suivantes. Sur la période historique 1974-2004, la dispersion des écarts de rentabilités réelles du cash est moindre que celle des écarts d'inflation, dans tous les pays sauf aux Etats-Unis. En règle générale les taux courts nominaux dans chaque pays compensent donc au moins en partie les variations relatives importantes d'inflation. Sur la période récente 1995-2004 cette hiérarchie s'inverse car les taux courts fluctuent pour d'autres raisons qui pèsent proportionnellement plus lourd en dehors du choc inflationniste (crises de change, variation dans le cycle économique). On notera toutefois que la dispersion des écarts de rentabilité réelle est moindre que sur la période 1974-2004. La proximité géographique ne semble pas un facteur de réduction de la dispersion des écarts de rentabilités réelles. Le chiffre le plus bas est obtenu pour le Canada, peut-être son statut de devise périphérique au même titre que le franc a-t-il joué. La comparaison entre l'Allemagne et les Etats-Unis montre qu'il n'y a pas nécessairement de relation entre la proximité des inflations et la proximité des rentabilités réelles du cash. Des pratiques de politique monétaire différente, des chocs économiques comme la réunification peuvent avoir un impact plus important que des différentiels d'inflation qui sont souvent en partie compensés par les différences de taux courts. Enfin on notera que sur la période 1975-2004 et en présence de choc inflationniste la dispersion des rentabilités réelles du cash FF est supérieure à celle des

écarts de rentabilités réelles avec les pays étranger. L'investissement en obligations indexées étrangères couvertes représente donc en cas de choc inflationniste un risque moindre qu'un placement en cash local. Sur la période récente ceci n'est plus systématiquement vérifié ; ainsi le bénéfice en terme de risque en l'absence de choc inflationniste mondial est donc discutable.

### *Panier d'obligations indexées de différents pays*

Le choix d'un pays tiers pour acheter ses obligations étrangères indexées et couvertes n'est pas neutre et constitue un pari sur une relative stabilité de l'écart entre les rentabilités réelles du cash dans le pays d'origine et le pays tiers. Si le choix d'un pays n'a rien d'évident, une autre solution peut consister à prendre un panier d'obligations étrangères couvertes. Il s'agit ici d'un panier équipondéré, le choix d'un éventuel portefeuille optimisé sera discuté dans la partie 3. La réduction de risque qu'on peut attendre d'un tel panier est liée à la décorrélation entre les écarts de rentabilités réelles étudiés dans la partie précédente. Le graphe ci-dessous indique les écarts de rentabilités réelles entre cash FF et cash du pays étranger pour 4 pays sur des périodes glissantes de 3 ans. La courbe la plus épaisse représente la moyenne

**Graphique 8 : Ecarts de rentabilités réelles entre cash français et cash du pays étranger**



Ce graphe montre que la série moyenne fluctue moins que les séries de chacun des pays. Les particularités de chacun des pays sont répercutées avec moins d'ampleur que dans les séries de chaque pays. Si on calcule l'écart-type de cette série moyenne et qu'on le compare à la moyenne des écart-types des séries des pays, on remarque une diminution de la dispersion de 1.6 à 1.3 (soit une réduction de 17%). On remarque cependant par exemple que les chiffres négatifs autour de 81 s'observent pour toutes les séries. Evidemment lorsqu'un phénomène particulier atteint le pays domestique lui-même la diversification est de peu de secours. Dans ce cas un placement cash domestique subit lui aussi ce risque.

Pour conclure cette partie, l'analyse historique montre que dans le cadre d'une gestion passive, et dans une optique de couverture contre un choc inflationniste, l'achat d'obligations étrangères couvertes est en terme de risque actif-passif intermédiaire entre les obligations indexées domestiques et le cash domestique. En terme de rentabilité, l'exemple du Royaume-Uni montre que dans les phases de baisse de l'inflation la rentabilité des obligations indexées de ce pays est moins bonne que celle du cash local. Ceci rend peu attractif un placement en obligations anglaises couvertes pour un investisseur d'un autre pays ne disposant pas d'obligations indexées chez lui. Si on se place du point de vue du risque actif-passif le choix du pays étranger dont on achète les obligations indexées doit s'efforcer de rechercher un pays tiers dont la proximité est plus en termes de politique monétaire qu'en terme d'inflations. Le voisinage géographique n'est pas nécessairement un facteur favorable. Acheter des obligations indexées étrangères couvertes constitue donc une protection intéressante contre un choc inflationniste mondial dès lors que les réactions des taux courts à ce choc dans les différents pays ne sont pas trop durablement différentes de celle du pays de référence. Le recours à un panier permet de réduire l'impact dû aux particularités d'un pays étranger donné. Les particularités du pays d'origine ne peuvent cependant pas être gommées.

### 3. Intérêt d'investir en obligations indexées internationales dans le cadre d'une gestion active

Nous nous mettons à la place d'un investisseur français qui aurait la possibilité d'investir dans différents placements en OII internationales, dans le cadre d'une gestion active. Aurait-il intérêt à investir à l'étranger ? Et si oui, à diversifier son portefeuille internationalement, et de combien ? C'est pour répondre à toutes ces questions que nous avons cherché à déterminer quelle serait son allocation optimale.

Dans le cadre d'une gestion active, l'espérance de rendement sur les OII n'est plus égale au taux réel coté comme dans la section 2, car si on ne reste pas investi sur une durée proche de la durée de l'obligation, le placement comporte un risque de fluctuation des taux d'intérêt réels. Il devient alors nécessaire de faire des hypothèses concernant la rentabilité espérée des OII sur la période de détention, et de tenir compte du risque de fluctuation des taux réels. Nous avons cherché dans cette 3<sup>ème</sup> section à déterminer, dans le cadre d'une gestion active, quelle serait la composition optimale d'un portefeuille international composé uniquement d'OII, et dont la contrainte serait de conserver toujours la même durée. Nous avons travaillé dans une optique d'optimisation moyenne/variance. Il a donc été nécessaire de déterminer le vecteur des espérances de rendements des OII dans les différents pays ainsi que la matrice de variance/covariance entre les rendements totaux des OII. Nous avons considéré deux horizons de gestion active différents : un horizon à long terme correspondant au cadre d'une allocation stratégique, et un horizon de placement de 1 an correspondant à une allocation tactique. Nous commençons par présenter nos principales hypothèses et méthodes de calcul, puis nos résultats, successivement dans les cas d'une allocation stratégique et tactique.

#### 3.1 Hypothèses préliminaires

Comme à la section 2, nous nous plaçons dans le cadre d'un portefeuille dont le capital est couvert contre le risque de change, grâce à deux placements sur les taux courts domestique

et étranger (à 1 an), reconduits tous les ans pendant toute la durée de l'investissement. On peut considérer l'attractivité d'une allocation internationale en OII selon deux points de vue. On peut d'une part se placer dans une optique nominale, c'est-à-dire supposer que l'investisseur surveille la rentabilité nominale de son placement. Ou bien se placer dans une optique réelle, et dans ce cas déflater les rendements nominaux de tous les pays de l'inflation française. Il est probable en effet que si un investisseur cherche à investir en OII, c'est parce qu'il souhaite se couvrir contre l'inflation domestique, et c'est donc son rendement réel en euros qui va le préoccuper. Nous avons examiné les deux cas de figure, qui correspondent à deux optiques de placement différentes, et nous verrons qu'elles ne conduisent pas aux mêmes résultats.

Pour calculer l'allocation optimale dans un cadre moyenne/variance, nous avons besoin d'estimer les rendements attendus sur les OII sur notre horizon de placement, et la matrice de variance covariance entre les rendements totaux des OII.

### ***Estimation des rendements attendus sur les OII***

La rentabilité nominale attendue d'un placement en OII étranger couvert contre le risque de change est égale à la rentabilité attendue sur l'OII étrangère en devise locale, auquel il faut ajouter la rentabilité attendue du taux court domestique sur la période et retrancher celle du taux court étranger (à 1 an).

$$E_t(RN\_OII\_couvert^B_{t,t+T}) = (E_t(RR\_OII^B_{t,t+T}) + E_t(\pi^B_{t,t+T})) - (E_t(RR\_cash^B_{t,t+T}) + E_t(\pi^B_{t,t+T})) + (E_t(RR\_cash^A_{t,t+T}) + E_t(\pi^A_{t,t+T}))$$

Où l'indice  $B$  désigne le pays étranger et  $A$  le pays domestique

$E_t(RN\_OII\_couvert^B_{t,t+T})$  = rentabilité nominale attendue entre  $t$  et  $t+T$  du placement en OII couvert contre le risque de change

$E_t(RR\_OII^i_{t,t+T})$  = rentabilité réelle attendue sur l'OII du pays  $i$  entre  $t$  et  $t+T$

$E_t(RR\_cash^i_{t,t+T})$  = rentabilité réelle attendue sur le taux court du pays  $i$  entre  $t$  et  $t+T$

$E_t(\pi^i_{t,t+T})$  = inflation anticipée pour le pays  $i$  entre  $t$  et  $t+T$

Nous allons considérer deux cas de figures : le cas d'une allocation stratégique, c'est-à-dire un horizon de placement de long terme, et le cas d'une allocation tactique d'horizon 1 an. Les rendements attendus sur les OII et sur le placement court ne seront pas les mêmes.

### **Cas d'une allocation stratégique :**

Dans le cadre d'une allocation stratégique, nous avons cherché à estimer la rentabilité attendue ex-ante à long terme sur les OII. Les résultats de la section 1 nous permettent de supposer qu'à long terme, la règle d'Or est respectée. Au bout d'un temps suffisamment long<sup>5</sup>, le taux long réel doit converger vers la croissance potentielle de l'économie estimée par l'OCDE. On peut alors considérer que la rentabilité attendue sur longue période du placement en OII est égale à la croissance du PIB potentiel de l'économie. Pour le taux court réel, nous avons supposé que sa rentabilité réelle attendue sur longue période était égale à la rentabilité

<sup>5</sup> Dans ce papier, nous ne précisons pas ce que nous entendons par « horizon de long terme », en toute logique, il s'agit du temps au bout duquel les taux réels convergent vers la croissance potentielle. Cette durée de convergence pourrait en toute rigueur être estimée.



réelle attendue sur les OII moins une prime de terme réelle, soit avec les hypothèses précédentes, le PIB potentiel moins la prime de terme réelle du pays  $i$ .

$$E_t(RN\_OII\_couvert_{t,t+T}^B) = (PibPot_B + E_t(\pi_{t,t+T}^B)) - (PibPot_B - pr_B + E_t(\pi_{t,t+T}^B)) + (PibPot_A - pr_A + E_t(\pi_{t,t+T}^A))$$

$$E_t(RN\_OII\_couvert_{t,t+T}^B) = pr_B + PibPot_A - pr_A + E_t(\pi_{t,t+T}^A)$$

$PibPot_i$  = estimation de la croissance potentielle du pays  $i$

$pr_i$  = prime de terme réelle du pays  $i$

Nous avons considéré que cette prime de terme réelle était la même pour tous les pays, c'est-à-dire que l'excès de rendement exigé en termes réels par un investisseur pour faire un placement à plus long terme était le même d'un pays à l'autre. Avec ces hypothèses, on obtient finalement pour la rentabilité nominale attendue à long terme pour l'OII étrangère :

$$E_t(RN\_OII\_couvert_{t,t+T}^B) = PibPot_A + E_t(\pi_{t,t+T}^A) \quad (3)$$

Elle ne dépend que du PIB potentiel et des anticipations d'inflation dans le pays domestique. Restait alors à estimer l'inflation attendue sur l'horizon de placement ( $E_t(\pi_A)$ ). Nous avons supposé que l'inflation devrait converger vers la cible des banques centrales. Pour les pays qui n'ont pas de cible explicite, nous avons utilisé les anticipations d'inflation du consensus.

Enfin, la rentabilité réelle couverte attendue sur les OII s'en déduit en retranchant l'inflation domestique :

$$E_t(RR\_OII\_couvert_{t,t+T}^B) = PibPot_A \quad (4)$$

On s'aperçoit finalement que, avec nos hypothèses, les rentabilités nominales et réelles attendues ex ante pour un placement à long terme en OII étrangères sont identiques dans tous les pays. Ce résultat résulte de la couverture du risque de change, et de notre hypothèse d'égalité des primes de terme entre les différents pays.

#### Cas d'une allocation tactique :

Si on considère que l'horizon de placement est seulement de 1 an, on ne peut pas s'attendre à ce que la rentabilité sur les OII sur 1 an soit proche de la croissance potentielle car les taux réels cotés peuvent ponctuellement être assez éloignés, et surtout le rendement issu de leur évolution sur 1 an n'a aucune raison de s'être égal à la croissance potentielle. C'est la raison pour laquelle nous avons cherché une méthode pour approcher au mieux la rentabilité réelle espérée des OII sur 1 an. Celle-ci correspond à la variation de prix anticipée due au changement de taux réel sur 1 an, auquel il faut ajouter la rentabilité liée au gain de coupon réel sur 1 an.

$$E_t(RR\_OII_{t,t+1}^B) \approx (E_t(yr_{t+1,t+1}^B) - yr_{t,t+1}^B) * Sensi^B + CR^B$$

avec  $Sens^B$  la sensibilité de l'OII étrangère considérée,  $yr^B$  le taux actuariel réel coté pour l'obligation étrangère indexée,  $CR^B$  la rentabilité liée au gain de coupon réel sur la période de détention.

Cette rentabilité réelle doit ensuite être augmentée de l'inflation attendue sur 1 an pour obtenir la rentabilité nominale de l'OII attendue sur 1 an. Restait à calculer la variation de taux réel coté attendue ( $E_t(yr_{t+1,t+1}^B) - yr_{t,t+10}^B$ ). Selon la théorie des anticipations<sup>6</sup>, on peut écrire que le taux réel coté sur les OII à 10 ans<sup>7</sup> est en fait une moyenne des taux réels à 1 an anticipés sur les 10 prochaines années, auquel il faut ajouter une prime de terme, que nous supposons constante dans le temps. Pour déterminer l'évolution anticipée du taux réel à 10 ans sur notre période de détention (1 an), on va donc s'intéresser à l'évolution anticipée sur la période, du taux réel à 1 an et des 9 taux réels à 1 an anticipés pour les périodes  $t+1, \dots, t+9$ .

En effet, on a par la théorie des anticipations :

$$(1 + yr_{t,t+10}^B)^{10} = (1 + yr_{t,t+1}^B)(1 + E_t(yr_{t+1,t+2}^B)) \dots (1 + E_t(yr_{t+9,t+10}^B)) + \pi$$

avec  $yr_{t,t+10}^B$  le taux réel coté à 10 ans sur les OII étrangères,  $yr_{t+i,t+i+1}^B$  le taux réel coté à 1 an à la date  $i$ , et  $\pi$  la prime de risque.

D'où en première approximation :

$$yr_{t,t+10}^B = \frac{1}{10}(yr_{t,t+1}^B + E_t(yr_{t+1,t+2}^B) + \dots + E_t(yr_{t+9,t+10}^B)) + \pi$$

De la même manière :

$$yr_{t+1,t+11}^B = \frac{1}{10}(yr_{t+1,t+2}^B + E_{t+1}(yr_{t+2,t+3}^B) + \dots + E_{t+1}(yr_{t+10,t+11}^B)) + \pi$$

(la prime de risque est supposée constante dans le temps)

Or  $E_t(E_{t+1}(yr_{t+i,t+i+1}^B)) = E_t(yr_{t+i,t+i+1}^B)$ , on en déduit donc que :

$$E_t(yr_{t+1,t+11}^B) = \frac{1}{10}(yr_{t+1,t+2}^B + E_t(yr_{t+2,t+3}^B) + \dots + E_t(yr_{t+10,t+11}^B)) + \pi$$

Soit finalement :

$$yr_{t,t+10}^B - E_t(yr_{t+1,t+11}^B) = \frac{1}{10}(yr_{t,t+1}^B) + \frac{1}{10}(E_t(yr_{t+1,t+2}^B) - yr_{t+1,t+2}^B) - \frac{1}{10}E_t(yr_{t+10,t+11}^B)$$

Si on suppose que les anticipations sont rationnelles, alors la prévision faite à la date  $t$  concernant le taux d'intérêt à 1 an qui prévaudra entre les dates  $t+1$  et  $t+2$  est égale à sa réalisation, moyennant une erreur de prévision orthogonale à l'information disponible à la date  $t$ , soit :

$$E_t(yr_{t+1,t+2}^B) = yr_{t+1,t+2}^B + \varepsilon_t$$

avec  $\varepsilon_t$  l'erreur de prévision, orthogonale à l'information disponible à la date  $t$ .

<sup>6</sup> Il s'agit de la théorie « pure » des anticipations, c'est-à-dire avec une prime de terme constante. En réalité, cette prime peut varier dans le temps.

<sup>7</sup> Nous considérons en première approximation que nos indices ont une maturité d'environ 10 ans, ce qui très proche de la réalité partout sauf au Canada, où la durée de l'indice est un peu plus élevée.

D'où finalement :

$$yr_{t,t+10}^B - E_t(yr_{t+1,t+11}^B) = \frac{1}{10}(yr_{t,t+1}^B - E_t(yr_{t+10,t+11}^B)) + \frac{1}{10}\varepsilon_t$$

Ainsi, à partir du taux court réel à 1 an  $yr_{t,t+1}^B$  et de notre anticipation concernant le taux court réel à 1 an qui prévaudra dans 10 ans  $E_t(yr_{t+10,t+11}^B)$ , on peut en déduire l'évolution anticipée sur 1 an du taux réel coté des OII à 10 ans. Comme on ne dispose pas de taux réel à 1 an coté sur les OII, il nous a fallu faire une approximation. Nous avons considéré qu'il était égal au taux nominal moins l'anticipation d'inflation à 1 an, celle-ci étant considérée comme égale à la cible d'inflation de la banque centrale<sup>8</sup>. Pour l'anticipation concernant le taux réel à 1 an dans 10 ans, on considère qu'à long terme, les taux réels vont revenir vers le niveau de croissance potentielle, et que c'est la meilleure anticipation qu'on peut faire aujourd'hui concernant le taux réel coté à 1 an dans 10 ans.

### *Estimation de la matrice de variance-covariance*

Pour l'optimisation moyenne / variance, nous avons besoin de la matrice de variance covariance des rendements totaux des OII. Nous avons utilisé deux estimations de cette matrice. Dans un premier temps, nous avons calculé directement la matrice de variance covariance sur les taux réels cotés. Elle a été estimée en données mensuelles sur la période 1998-2004. Nous sommes bien conscients du fait qu'il s'agit d'une période très courte, sur laquelle l'inflation a été relativement stable dans tous les pays, ce qui ne nous permet pas d'étudier des configurations de marché où l'inflation a été forte par exemple. Pour pallier cette difficulté, nous avons utilisé une deuxième estimation de la matrice de variance covariance, cette fois sur les taux réels estimés sous la forme (taux nominaux – anticipations d'inflation) sur la période 1992-2004<sup>9</sup>. Cette méthode présente l'avantage de nous permettre d'étendre notre période d'étude aux années où l'on ne disposait pas encore d'OII, et donc de tenir compte de configurations de marché plus anciennes. Mais son principal inconvénient est qu'elle surestime la volatilité des taux réels par rapport aux taux réels cotés sur les OII. En effet, le taux réel ainsi obtenu possède une volatilité proche du taux nominal (car les anticipations d'inflation sont très lisses). Ceci étant, cette surestimation est assez proche dans tous les pays, ce qui à notre avis biaise peu nos résultats.

Finalement, nous avons considéré 8 cas de figures pour nos optimisations, et qui résultent de 3 choix successifs :

- allocation stratégique ou tactique
- optique de placement nominale ou réelle
- matrice de variance covariance estimée sur les taux réels cotés des OII avec un historique court (1998-2004) ou sur nos simulations de réels sur un historique plus long (1985-2004).

---

<sup>8</sup> Notons qu'une amélioration de ce travail serait d'utiliser nos prévisions d'inflation à 1 an obtenues grâce au processus ARIMA au lieu des cibles d'inflation des banques centrales.

<sup>9</sup> Nous avons dû restreindre notre période d'étude à 1992-2003, car les taux courts suédois sont excessivement volatiles au début des années 90, ce qui biaise les résultats.

## ***Optimisation Moyenne/ Variance et maximisation du ratio de Sharpe***

Pour calculer l'allocation optimale, il nous fallait maximiser le ratio de Sharpe du portefeuille, c'est-à-dire son espérance de rendement (réelle ou nominale) en sus du taux sans risque, divisée par l'écart-type des rentabilités du portefeuille, elles aussi calculées en réel ou en nominal. Dans le cadre de l'allocation tactique, nous avons considéré que le taux sans risque était le taux court à 1 mois coté sur le marché. Pour l'allocation stratégique, il nous a fallu définir la rentabilité attendue sur le taux sans risque sur l'horizon d'investissement, c'est-à-dire à long terme. Nous avons considéré comme précédemment qu'au bout d'un horizon suffisamment long, le taux court réel va tendre vers le taux de croissance potentielle de l'économie, déduction faite d'une prime de terme réelle, qu'il nous a fallu estimer.

Théoriquement, la prime de terme réelle entre les taux 10 ans et 1 an devrait être égale à la prime de terme nominale moins la différence entre les primes d'inflation<sup>10</sup> à 10 ans et à 1 an. Nous avons supposé qu'à court terme (1 an), la prime d'inflation était nulle. La prime de terme réelle peut alors se décomposer de la façon suivante :

$$pr_i = pn_i - p_i(\pi)$$

$pr_i$  = prime de terme réelle du pays i

$pn_i$  = prime de terme nominale du pays i

$p_i(\pi)$  = prime d'inflation à 10 ans du pays i

Nous avons estimé la prime de terme nominale à 130 bp (estimation de la prime de terme moyenne entre les taux 10 ans et 1 mois sur la période 1985-2004 aux Etats-Unis). La prime d'inflation à 10 ans quant à elle est estimée dans la littérature à environ 80 bp aux Etats-Unis (Buraschi et Jiltsov (2000) l'estiment à 60 bp, Gong et Remolona (1996) entre 50 et 150 bp). Nous avons donc finalement retenu une prime de terme de  $130-80 = 50$  bp<sup>11</sup>. Enfin, pour estimer le taux court nominal, il suffit d'ajouter l'inflation anticipée à long terme, soit la cible de la banque centrale.

### 3.2 Portefeuille optimal dans le cadre d'une allocation stratégique

Les résultats de l'optimisation obtenus en utilisant les OII cotées pour calculer la matrice de variance/covariance montrent qu'il est intéressant pour un investisseur français de diversifier son portefeuille en achetant des OII étrangères. En effet, environ 70% de l'allocation est attribuée aux OII étrangères, que l'on travaille dans un contexte nominal ou réel. Malgré des variances plus élevées dans les pays étrangers (à l'exception de l'Australie), un investisseur français aurait intérêt à acheter des OII internationales pour leur aspect diversifiant (les covariances ne sont pas suffisamment fortes pour justifier une allocation sur un seul pays).

---

<sup>10</sup> prime de risque liée à la volatilité de l'inflation.

<sup>11</sup> Notons que d'autres méthodes auraient été possibles pour estimer la prime de terme réelle, qui ne nous ont pas semblé satisfaisantes. On aurait pu calculer par exemple la différence moyenne entre taux longs réels ((1) sur les OII ou (2) calculés sous la forme de taux nominal – anticipations d'inflation) et taux courts réels (taux court nominal – inflation). (1) Mais en utilisant les taux longs réels des OII, on restreint la période à 1998-2004 où les taux courts réels sont historiquement très bas, ce qui conduit à surestimer la prime de terme. (2) En utilisant les taux longs réels sous la forme (taux nominal – anticipations d'inflation), on intègre en fait dans le calcul de la prime de terme la prime d'inflation, ce qui conduit là encore à surestimer la prime (dans les 2 cas, les calculs conduisaient à une prime de terme supérieure à 100 bp).

Les résultats sont différents en utilisant les estimations de taux réels pour estimer la matrice de variance/covariance. En effet, une faible portion du portefeuille optimal est attribuée aux OII étrangères. Les covariances obtenues sont en effet trop élevées pour compenser les écarts de variance entre les pays (l'aspect diversification n'intervient pas). Cependant, comme nous l'avons auparavant mentionné, la matrice de variance/covariance est probablement biaisée par le fait que nous n'avons pas un taux réel « pur » pour calculer les indices de rendements totaux qui servent à la construction de la matrice de variance/covariance (il contient la prime d'inflation). Si la corrélation entre les primes d'inflation des différents pays est élevée, les covariances que nous estimons seront trop élevées par rapport à celles du marché des OII. Les résultats des optimisations tendent à corroborer ces observations.

On constate par ailleurs qu'il est plus intéressant de diversifier son portefeuille dans le cadre d'une allocation en OII (à condition de considérer la matrice de variance covariance estimée sur les taux réels cotés) que dans le cas d'une allocation en obligations nominales, où il est optimal de placer 50% de son portefeuille à l'étranger (en optimisant dans une optique nominale). On retrouve le résultat que les OII sont plus diversifiantes en terme géographique que les obligations nominales.

Le tableau 9 ci-dessous récapitule les résultats de nos optimisations et du portefeuille optimal composé d'OII. Le tableau 10 présente les résultats d'une optimisation dans le cadre d'un portefeuille composé d'obligations nominales, à titre de comparaison. Pour une présentation plus détaillée des résultats et notamment les vecteurs d'espérance de rendement et les matrices de variance covariance considérés, se reporter à l'annexe.

**Tableau 9 : Poids des différents pays dans le portefeuille optimal composé d'OII, allocation stratégique**

		FR	AU	CN	SW	UK	US
Matrice VCV sur les OII cotées	Optique nominale	27.51%	43.61%	13.60%	5.17%	10.11%	0.00%
	Optique réelle	41.29%	36.73%	12.48%	0.00%	9.50%	0.00%
Matrice VCV sur taux réels simulés	Optique nominale	76.04%	1.48%	18.07%	0.00%	4.41%	0.00%
	Optique réelle	78.33%	0.00%	18.64%	0.00%	3.03%	0.00%

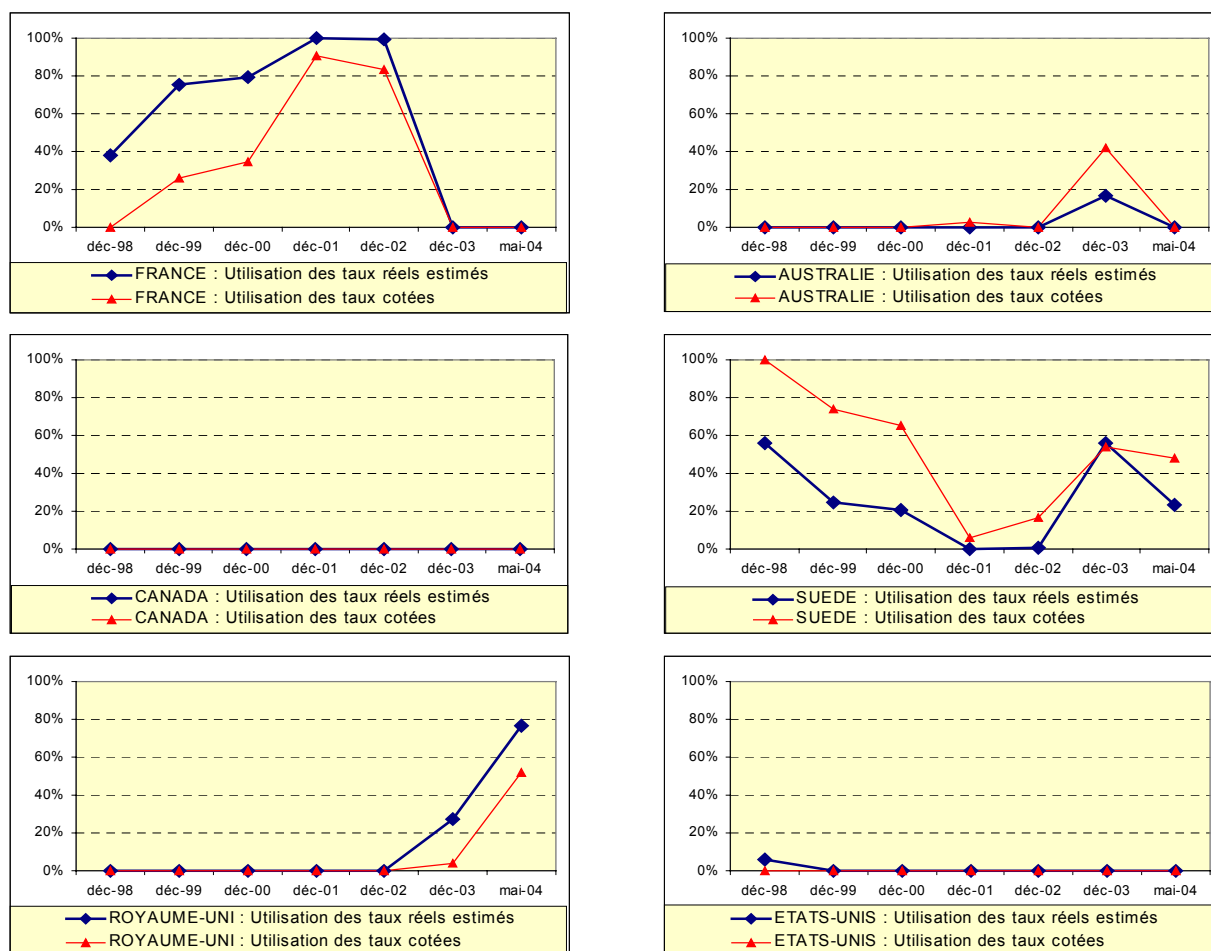
**Tableau 10 : Poids des différents pays dans le portefeuille optimal composé d'obligations nominales, allocation stratégique**

	FR	AU	CN	SW	UK	US
Matrice VCV sur les obligations nominales	49.46%	0.00%	29.40%	0.00%	21.14%	0.00%

### 3.3 Portefeuille optimal dans le cadre d'une allocation tactique

Nous présentons ici l'évolution des poids des différents pays en optimisant le portefeuille international et en utilisant les hypothèses présentées plus haut. Comme les résultats sont très semblables dans les optiques nominale et réelle, nous n'analyserons ici que les optimisations en réel. Le graphique 9 ci-dessous présente les résultats des optimisations obtenus en décembre de chaque année depuis 1998, ainsi que celles de mai 2004.

**Graphique 9 : Evolution des poids optimaux du portefeuille dans le cas d'une allocation tactique**



On remarque que le choix de la matrice de variance/covariance n'affecte pas beaucoup l'allocation tactique optimale, les deux courbes sur les graphiques précédents sont très proches. Ce sont essentiellement nos hypothèses concernant les espérances de rendement qui dictent l'évolution des poids optimaux des différents pays, et ceux-ci ont beaucoup varié dans le temps. A la fin des années 90, la France et la Suède semblaient les pays plus attrayants selon nos estimations. Puis, à la fin de 2001 et 2002, il ne semblait plus intéressant pour un investisseur français de diversifier son portefeuille à l'aide des OII internationales. Cependant, depuis la fin de 2003, la tendance s'est inversée : les OII du Royaume-Uni, de la Suède et de l'Australie sont devenues les plus intéressantes (toujours selon nos hypothèses), et le poids de la France est devenu nul. En réalité, les poids de l'allocation optimale dans chaque pays dépendent de la performance attendue sur le placement en OII. Celle-ci a deux composantes : d'une part la performance attendue sur 1 an du placement en OII en devise locale, et d'autre part la performance attendue de la couverture du risque de change. La performance attendue sur 1 an du placement en OII dépend du niveau de taux réel coté sur les OII relativement au taux court réel et à la croissance potentielle. Si le taux court réel est très élevé par rapport au taux réel coté sur les OII et à la croissance potentielle par exemple, alors selon nos hypothèses, on va anticiper que le taux réel coté devrait diminuer sur l'horizon de placement et le placement en OII sur-performer. La performance attendue de la couverture du risque de change dépend quant à elle des niveaux relatifs des taux courts domestique et étranger.

En 2001-2002, la performance attendue du placement en OII françaises était tout à fait moyenne comparativement aux autres pays (supérieure à celle du Canada et des Etats-Unis, inférieure à celle de la Suède et de l'Australie, égale à celle du Royaume-Uni). Mais le coût de la couverture a défavorisé les pays qui avaient une performance attendue favorable par rapport à la France, si bien que globalement, la France était le malgré tout le placement le plus attrayant. En 2003-2004, la situation est radicalement différente : les performances attendues des placements étrangers en devise locale sont tous supérieurs à la France, et le coût de la couverture ne les pénalise pas suffisamment pour que leur attrait par rapport au placement français disparaisse.

Ces résultats tendent à confirmer l'idée qu'il est intéressant pour un investisseur français d'investir à l'étranger dans un portefeuille d'OII. Les conditions de marchés peuvent cependant affecter fortement le poids des OII internationales, certaines situations peuvent en effet justifier une allocation purement domestique.

### 3.4 Dans quelle mesure un portefeuille d'OII internationales protège contre l'inflation

Un question importante doit être abordée suite à la construction de portefeuilles internationaux (que ce soit dans le cadre d'une allocation stratégique ou tactique) : dans quelle mesure ces portefeuilles permettent de protéger l'investisseur contre l'inflation domestique. Si les portefeuilles ne sont pas couverts contre le risque de change, le degré de protection contre l'inflation domestique dépend : 1- du lien entre l'inflation domestique et l'inflation internationale et 2- du lien entre les écarts d'inflation (entre le pays domestique et les pays étrangers) et la fluctuation du taux de change (en d'autres termes, de la mesure dans laquelle la parité des pouvoirs d'achat est vérifiée). En effet, si la parité des pouvoirs d'achat était vérifiée en tout temps, les écarts d'inflation entre les pays devraient être compensés par des fluctuations des taux de change, ce qui ferait en sorte que le portefeuille d'OII internationales offrirait une protection complète contre l'inflation. Bien entendu, la parité des pouvoirs d'achat n'est pas vérifiée en tout temps. Ainsi, seulement une partie des écarts d'inflation sera compensée par les fluctuations de change.

Si l'on couvre notre portefeuille contre les fluctuations de change, l'analyse est un peu différente. En couvrant contre le risque de change, une partie des écarts d'inflation entre le pays domestique et le pays étranger sera en effet compensée. Rappelons que la couverture contre le risque de change est mise en place en prenant une position « courte » sur un taux 1 an (en supposant que l'on a un horizon de placement de 1 an) dans le pays étranger et une position « longue » sur un taux 1 an domestique. Or, les taux courts sont fortement liés à l'inflation. Si les anticipations d'inflation implicites aux taux 1 an prévoyaient parfaitement l'inflation constatée, ces deux positions compenseraient totalement les écarts d'inflation entre les deux pays. Dans ce cas, l'achat d'une OII étrangère couverte contre le risque de change protégerait parfaitement contre l'inflation domestique. Ainsi, dépendamment du lien entre les anticipations d'inflation à court terme et l'inflation constatée le fait de couvrir contre le risque de change permettra de compenser plus ou moins les écarts d'inflation entre les deux pays. Une extension naturelle de cette étude serait de quantifier ces remarques.

## Conclusion

Ce papier se proposait d'étudier l'intérêt pour un investisseur de placer ses fonds en obligations indexées à l'inflation étrangères couvertes contre le risque de change. Nous avons analysé à la fois le cas d'une gestion passive, avec une optique de *buy and hold*, et une gestion active, avec différents horizons d'investissement, correspondant à une allocation stratégique ou tactique.

Dans le cadre d'une gestion passive (optique de *buy and hold*), si l'investisseur cherche à se couvrir contre l'inflation de son pays, alors investir en OII internationales présente un intérêt, car cela couvre mieux qu'un placement en cash, mais malgré tout moins bien que les OII domestiques. Dans une optique de maximisation du rendement, l'investisseur aura intérêt à acheter des OII étrangères (par rapport à un placement en cash de son pays) si le taux réel coté sur les OII étrangères est supérieur au rendement du cash étranger. Comme on ne dispose pas d'historiques très longs concernant les données d'OII, il est assez difficile de conclure quant à la rentabilité comparée des OII et du cash. Globalement, les OII ont rapporté plus que le cash sur la période 1997-2004. Mais l'exemple du Royaume-Uni montre aussi que dans les phases de baisse de l'inflation, la rentabilité des OII peut être plus faible que le cash. Il faut donc rester très prudent quant à ces premiers résultats. Le risque quant à lui d'un placement en OII étrangères couvertes contre le risque de change est très lié aux écarts de taux courts entre pays étranger et domestique. Ainsi, pour réduire le risque d'un tel placement faut-il s'efforcer de rechercher un pays proche en termes de politique monétaire. Le voisinage géographique n'est donc pas nécessairement un facteur favorable. Enfin, le recours à un panier d'OII étrangères permet de réduire l'impact dû aux particularités d'un pays étranger donné.

Dans le cadre d'une gestion active, les résultats dépendent de l'horizon de placement. Si c'est une allocation stratégique avec un horizon de long terme, nous montrons qu'il est intéressant de diversifier internationalement ses placements, et présentons l'allocation optimale pour 6 pays possédant des OII. Les résultats sont très dépendants des données utilisées pour la matrice de variance covariance des rentabilités des OII. En utilisant les données de taux réels cotés des OII, on trouve qu'il est intéressant de diversifier largement ses placements, à 70% (les poids les plus importants étant accordé à l'Australie, puis au Canada, au Royaume-Uni et enfin à la Suède). En utilisant des données simulées de taux réels sur un historique plus long, les résultats sont très différents : dans ce cas, il vaut mieux conserver plus de 75% de son allocation en France, de diversifier la part restante du portefeuille au Canada et au Royaume-Uni. Enfin, si on considère une allocation tactique avec un horizon d'un an, il est toujours intéressant de diversifier internationalement, mais nous montrons que les poids optimaux de chacun des pays varient dans le temps, en fonction des configurations de marché. A certains moments, comme par exemple en 2001-2002, il semblait plus intéressant de rapatrier ses investissements en France, tandis que fin 2003, c'est au Royaume-Uni, en Suède et en Australie qu'il était intéressant d'effectuer prioritairement ses placements.



## Bibliographie

Barro R.J., « Rational Expectations and the Role of Monetary Policy », *Journal of Monetary Economics*, 2, January 1976, p. 1-32.

Benninga S. et Protopapadakis A., « Real and Nominal Interest Rates under Uncertainty : the Fisher Problem and the Term Structure », *Journal of Political Economy*, 91, October 1983, p. 856-867.

Buraschi A et Jiltsov A., « How Large is the Inflation Risk Premium ? A Monetary Model of the Term Structure », Working Paper, 2000.

Campbell J.Y. et Shiller R., « A Scorecard for Indexed Government Debt », *Cowles Foundation Discussion Paper*, 1125, March 1996.

Cox J. C., Ingersoll J. E. et Ross S. A., « An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices », *Econometrica*, 53(2), March 1985b, p. 362-385.

Chen P. Terrien M. « TIPS as an Asset Class », *Ibbotson Working Paper*, November 1999.

Fisher I., *The Theory of Interest*, New York : McMillan, 1930.

Gong F. et Remolona E., « Inflation Risk in the US Yield Curve : the Usefulness of Indexed Bonds », *Federal Reserve Bank of New York Research Paper*, 9637, 1996.

## Annexe : Résultats des optimisations de portefeuille, cadre d'une allocation stratégique

### *Utilisation des total return des OII cotées pour le calcul de la matrice de variance/covariance*

#### Optimisation dans une optique nominale

VECTEUR DES ESPERANCES DE RENDEMENTS					
FR	AU	CN	SW	UK	US
0.394%	0.394%	0.394%	0.394%	0.394%	0.394%
MATRICE DE VARIANCE/COVARIANCE					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>0.000153</b>	0.000056	0.000102	0.000123	0.000100	0.000133
0.000056	<b>0.000144</b>	0.000062	0.000069	0.000066	0.000110
0.000102	0.000062	<b>0.000198</b>	0.000103	0.000095	0.000147
0.000123	0.000069	0.000103	<b>0.000189</b>	0.000089	0.000145
0.000100	0.000066	0.000095	0.000089	<b>0.000227</b>	0.000104
0.000133	0.000110	0.000147	0.000145	0.000104	<b>0.000272</b>
POIDS DE L'OPTIMISATION					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>27.51%</b>	<b>43.61%</b>	<b>13.60%</b>	<b>5.17%</b>	<b>10.11%</b>	<b>0.00%</b>

#### Optimisation dans une optique réelle

VECTEUR DES ESPERANCES DE RENDEMENTS					
FR	AU	CN	SW	UK	US
0.186%	0.186%	0.186%	0.186%	0.186%	0.186%
MATRICE DE VARIANCE/COVARIANCE					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>0.000122</b>	0.000041	0.000078	0.000102	0.000077	0.000109
0.000041	<b>0.000145</b>	0.000055	0.000065	0.000058	0.000103
0.000078	0.000055	<b>0.000182</b>	0.000090	0.000079	0.000131
0.000102	0.000065	0.000090	<b>0.000178</b>	0.000075	0.000131
0.000077	0.000058	0.000079	0.000075	<b>0.000210</b>	0.000088
0.000109	0.000103	0.000131	0.000131	0.000088	<b>0.000256</b>
POIDS DE L'OPTIMISATION					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>41.28%</b>	<b>36.62%</b>	<b>12.55%</b>	<b>0.00%</b>	<b>9.56%</b>	<b>0.00%</b>

*Utilisation des total return résultant de nos estimations du taux réels (taux nominal moins anticipations d'inflation) pour le calcul de la matrice de variance/covariance*

Optimisation dans une optique nominale

VECTEUR DES ESPERANCES DE RENDEMENTS					
FR	AU	CN	SW	UK	US
0.394%	0.394%	0.394%	0.394%	0.394%	0.394%
MATRICE DE VARIANCE/COVARIANCE					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>0.000342</b>	0.000271	0.000243	0.000305	0.000291	0.000303
0.000271	<b>0.000760</b>	0.000479	0.000469	0.000379	0.000469
0.000243	0.000479	<b>0.000621</b>	0.000394	0.000368	0.000458
0.000305	0.000469	0.000394	<b>0.000841</b>	0.000340	0.000361
0.000291	0.000379	0.000368	0.000340	<b>0.000602</b>	0.000318
0.000303	0.000469	0.000458	0.000361	0.000318	<b>0.000653</b>
POIDS DE L'OPTIMISATION					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>76.04%</b>	<b>1.48%</b>	<b>18.07%</b>	<b>0.00%</b>	<b>4.41%</b>	<b>0.00%</b>

Optimisation dans une optique réelle

VECTEUR DES ESPERANCES DE RENDEMENTS					
FR	AU	CN	SW	UK	US
0.186%	0.186%	0.186%	0.186%	0.186%	0.186%
MATRICE DE VARIANCE/COVARIANCE					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>0.000338</b>	0.000279	0.000244	0.000304	0.000294	0.000301
0.000279	<b>0.000780</b>	0.000492	0.000479	0.000394	0.000479
0.000244	0.000492	<b>0.000626</b>	0.000396	0.000375	0.000459
0.000304	0.000479	0.000396	<b>0.000841</b>	0.000345	0.000360
0.000294	0.000394	0.000375	0.000345	<b>0.000612</b>	0.000322
0.000301	0.000479	0.000459	0.000360	0.000322	<b>0.000651</b>
POIDS DE L'OPTIMISATION					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>78.33%</b>	<b>0.00%</b>	<b>18.64%</b>	<b>0.00%</b>	<b>3.03%</b>	<b>0.00%</b>

*Optimisation d'un portefeuille d'obligations nominales*

VECTEUR DES ESPERANCES DE RENDEMENTS					
FR	AU	CN	SW	UK	US
0.461%	0.461%	0.461%	0.461%	0.461%	0.461%
MATRICE DE VARIANCE/COVARIANCE					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>0.000236</b>	0.000231	0.000182	0.000226	0.000206	0.000264
0.000231	<b>0.000384</b>	0.000270	0.000258	0.000236	0.000359
0.000182	0.000270	<b>0.000283</b>	0.000204	0.000191	0.000330
0.000226	0.000258	0.000204	<b>0.000292</b>	0.000229	0.000276
0.000206	0.000236	0.000191	0.000229	<b>0.000262</b>	0.000262
0.000264	0.000359	0.000330	0.000276	0.000262	<b>0.000541</b>
POIDS DE L'OPTIMISATION					
FR	AU	CN	SW	UK	US
<b>49.46%</b>	<b>0.00%</b>	<b>29.40%</b>	<b>0.00%</b>	<b>21.14%</b>	<b>0.00%</b>